



Autonomie du mouvement en environnements dynamiques : Une approche élastique

Vivien Delsart

► To cite this version:

Vivien Delsart. Autonomie du mouvement en environnements dynamiques : Une approche élastique. [University works] 2007. inria-00182091

HAL Id: inria-00182091

<https://inria.hal.science/inria-00182091>

Submitted on 11 Aug 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Autonomie du mouvement en environnements
dynamiques : une approche élastique**

V. DELSART

Equipe e-motion

15 juin 2007

Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme
de **M2R Imagerie Vision Robotique**

Encadré par

T. FRAICHARD

Résumé

La déformation de mouvement consiste à adapter le mouvement d'un robot mobile dans un environnement dynamique. Elle a pour but de modifier un mouvement initial planifié afin d'éviter les collisions avec les obstacles dynamiques de l'environnement tout en garantissant le maintien de la connectivité du chemin ou de la trajectoire considéré. Les méthodes proposées à ce jour tendaient à appliquer la déformation sur un chemin géométrique défini entre une position initiale et une position finale. Le principal problème d'une déformation de chemin est d'être limitée à une homotopie ie. une déformation continue du chemin initial. Nous proposons alors d'augmenter l'espace de travail de la déformation de la dimension temporelle. Nous présentons ainsi une déformation de trajectoire au lieu d'une simple déformation de chemin, permettant d'appliquer sur celle-ci, en plus des déformations spatiales proposées précédemment, des déformations temporelles calculées à partir d'un modèle prévisionnel du futur de l'environnement. Celles-ci permettent alors d'adapter la vitesse du véhicule laissant plus de souplesse aux manoeuvres effectuées par le robot mobile pour éviter les obstacles.

Table des matières

1	Introduction	6
1.1	Problématique	6
1.2	Notre contribution	7
1.3	Organisation du rapport	8
2	Autonomie du mouvement	9
2.1	Introduction	9
2.2	Planification de mouvement	9
2.2.1	Définition de la planification	9
2.2.2	Espace de configuration - Chemin - Trajectoire	10
2.2.3	Méthodes par graphe	10
	Graphe de visibilité	10
	Diagramme de Voronoï	11
	Décomposition cellulaire	12
	Probabilistic Roadmaps	13
2.2.4	Méthode par arbre	13
	Méthodes basées sur une grille d'occupation	13
	Rapidly-exploring Random Tree (RRT)	14
	Le fil d'Ariane	14
2.2.5	Decomposition chemin-vitesse	15
2.3	Déformation de mouvement	16
2.3.1	Principe général	16
2.3.2	The Elastic Strips Approach [BK97]	17
	Expression des forces dans l'espace de travail	17
	Bande élastique non-holonyme de M.Khatib	18
	Intégration de comportement de posture	19
2.3.3	Approche variationnelle de F.Lamiraux	19
	Gestion des états de collision inévitable	20
2.3.4	Déformation de trajectoire de T.Fraichard	20
3	Déformation de trajectoire	22
3.1	Principe de la déformation de trajectoire	22
3.1.1	Motivations de l'approche proposée	22

3.1.2	Notations	22
	Espace de travail	22
	Espace de configuration	23
	Espace d'état	23
	Système dynamique	23
	Espace-temps	23
	Espaces atteignables	23
	Obstacles de l'environnement	24
3.1.3	Principe de la déformation	24
3.1.4	Forces externes	25
	Déformation dans l'espace de travail	26
	Calcul de $F_{ext}(p_j^R, t_j, B_k)$	26
3.1.5	Forces externes dans l'espace de configuration	28
3.1.6	Forces externes dans l'espace d'état	28
3.1.7	Forces internes	28
3.1.8	Forces totales appliquées sur un état-temps (s_i, t_i)	29
3.1.9	Vérification de la non-collision et de la connectivité	29
4	Application du modèle de déformation	30
4.1	Application sur un système mobile 2D contrôlé en accélération	30
4.1.1	Définition du problème	30
	Représentation du problème	30
	Système de contrôle dynamique	30
	Contraintes du système	31
4.2	Forces exercées par les obstacles sur une particule 2D	31
4.2.1	Force exercée par le modèle prévisionnel au temps t_i	31
	Composante spatiale (cf Khatib)	31
	Composante temporelle	32
	Force externe totale	33
	Garantie de non collision de l'état final	33
4.3	Caractérisation des espaces d'atteignabilité	34
4.3.1	Espaces d'atteignabilité de dimension géométrique 1	34
	Calcul des positions limites	35
	Calcul des vitesses limites	36
	Espaces atteignables	40
	Détermination du nouvel état s'_i	40
4.3.2	Espaces d'atteignabilité de dimension géométrique 2	40
4.4	Approximation des espaces d'atteignabilité	40
4.4.1	Systèmes continus linéaires	40
	Notations	42
	Sur-approximations	42
	Sous-approximations	43
4.4.2	Systèmes continus non linéaires	43
4.4.3	Approximation par zonotopes	44

	Définition et propriétés des zonotopes	44
	Approximation de l'espace atteignable	44
5	Résultats expérimentaux	46
5.1	Planification de chemin	46
	Champ de potentiels	46
	Résultats de la planification	47
5.2	Planification de trajectoire	47
5.3	Déformation de trajectoire	49
5.3.1	Evolution du modèle prévisionnel de l'environnement	49
5.3.2	1er scénario : Cisaillement du chemin initial	49
5.3.3	2nd scénario : Obstruction de l'état-temps final	50
5.3.4	3ème scénario : Obstacles multiples quelconques	50
5.3.5	Performances de l'algorithme de déformation	51
5.3.6	Limitations de l'algorithme	51
6	Conclusion	53
6.1	Travail réalisé	53
6.2	Analyse et perspectives	54
A	Séquences d'exécution de l'algorithme de déformation	56
A.1	Résultats du scénario n°1 : Cisaillement	56
A.2	Résultats du scénario n°2 : Obstruction de l'état final	56
A.3	Résultats du scénario n°3 : Obstacles mobiles quelconques	56

Table des figures

2.1	Graphe de visibilité	11
2.2	Diagramme de Voronoï	12
2.3	Décomposition cellulaire	12
2.4	Un exemple de roadmap ([vdBO05])	13
2.5	Rapidly-exploring Random Tree (RRT)	14
2.6	Le fil d'Ariane	15
2.7	Bande élastique de Khatib [QK93]	17
2.8	Tunnel élastique ([BK99])	18
2.9	Bande élastique non holonome de M.Khatib [KJCL97]	19
2.10	Déformation de chemin de Lamiriaux [LBL04]	20
3.1	Schéma général de la déformation de trajectoire proposée	25
3.2	Calcul de $F_{ext}(p_j^R, t_j)$	27
4.1	Cone d'atteignabilité	35
4.2	Différents profils de la vitesse $v(t)$ pour le calcul de $v_i^{max}(p, t)$	37
4.3	Cas où la vitesse maximale est atteinte exactement en $t = t_i$	38
4.4	Centroïde de l'intersection des espaces atteignables	41
4.5	Représentation du polyèdre $bloat(F_c, \theta)$	43
4.6	Exemple de zonotope	44
5.1	Champs de potentiels	47
5.2	Traitement de la grille d'occupation et planification de chemin	48
A.1	Scénario du cisaillement : Evolution du chemin	57
A.2	Scénario du cisaillement : Composante temporelle	58
A.3	Scénario du cisaillement : Evolution de la trajectoire	59
A.4	Obstruction de l'état final : Evolution du chemin	60
A.5	Obstruction de l'état final : Composante temporelle	61
A.6	Obstruction de l'état final : Evolution de la trajectoire	62
A.7	Obstacles mobiles quelconques : Evolution du chemin	63
A.8	Obstacles mobiles quelconques : Composante temporelle	64
A.9	Obstacles mobiles quelconques : Evolution de la trajectoire	65

Chapitre 1

Introduction

1.1 Problématique

La robotique mobile moderne tend à faire évoluer des robots dans des environnements complexes, non structurés et dynamiques. A partir d’une représentation de l’environnement dans lequel évolue un robot mobile, il est possible d’effectuer une planification du mouvement de celui-ci. Cependant, la planification est un problème complexe et ne peut donc être effectuée en temps réel mis à part dans quelques cas relativement simples. Afin de prendre en compte les obstacles mobiles de l’environnement du robot considéré, une alternative à la replanification peut être d’envisager une déformation du chemin de ce dernier au cours du temps. Cette déformation doit ainsi éviter les collisions avec les obstacles tout en respectant les contraintes du système.

Différentes méthodes de déformation ont déjà été proposées précédemment. La plus connue d’entre elles est certainement “The Elastic Strip Approach” proposée par O.Khatib [BK97]. Cette méthode consiste en la discrétisation d’un chemin en une séquence d’états et l’application de forces sur chacun d’entre eux. Ces forces permettent d’une part de s’écarter des obstacles et d’autre part de s’assurer de la connectivité de la trajectoire à chaque itération.

D’autres travaux ont été proposés par Lamiraux [LBL04]. Celui-ci propose une méthode de déformation continue du chemin d’entrée à partir d’un ensemble de champs de potentiels générés par les obstacles de l’environnement et par les contraintes non holonomes du système.

Les deux approches présentées précédemment effectuent des déformations de chemin, ie. des déformations de la courbe géométrique de l’espace que le robot va suivre. Cependant, les déformations de chemins présentent de nombreux inconvénients. D’une part, le maintien de la connectivité du chemin restreint les déformations possibles à des homotopies ie. à des déformations

spatiales continues du chemin de départ. Ainsi, un obstacle ne peut couper la trajectoire du robot considéré, et s'il tend à le faire, la déformation spatiale sera effectuée au risque de perdre la connectivité du chemin ou de rentrer en collision avec un autre obstacle. D'autre part, les états de départ et d'arrivée du chemin ne devant pas être modifiés, la déformation de chemin ne donne aucune garantie que l'état final ne soit pas en collision avec un obstacle lors de l'exécution du mouvement.

Une autre méthode de prise en compte des obstacles mobiles de l'environnement proposée par Kant & Zucker [KZ86] est le calcul d'une trajectoire ie. d'un chemin paramétré par le temps pour le mobile dans le but d'éviter les collisions avec les obstacles à parti d'un modèle prévisionnel du mouvement de ceux-ci. Le problème de cette méthode est d'une part de considérer un modèle prévisionnel du futur fixe et d'autre part d'être totalement inefficace dans le cas où un obstacle s'arrête sur le chemin calculé par le planificateur. Cependant, la combinaison de l'ajout de la composante temporelle à la déformation de chemin peut devenir intéressante.

1.2 Notre contribution

Notre contribution tient alors à l'idée d'effectuer une déformation de trajectoire au lieu d'une simple déformation de chemin. En considérant un modèle prévisionnel du comportement futur des obstacles mobiles de l'environnement pouvant évoluer au cours du temps, on propose alors d'effectuer des déformations à la fois spatiales et temporelles sur une trajectoire prédéfinie. Un article de T.Fraichard [KF06] s'est déjà intéressé à cette problématique, cependant les déformations temporelles qu'il proposait étaient encore limitées. C'est donc sur cette base que nous avons décidé de poursuivre nos travaux.

Le principe est alors le suivant : Une chemin est préalablement planifiée entre un état initial et un état final, puis paramétré par le temps afin d'obtenir une trajectoire. On discrétise ensuite cette trajectoire en un nombre fini d'états-temps, et on associe à chacun d'entre eux un point de contrôle dans l'espace de travail augmenté de la dimension temporelle.

On récupère ensuite à chaque instant un modèle prévisionnel du comportement futur des obstacles calculé à partir de la connaissance présente de l'environnement et d'à-prioris sur l'évolution du mouvement de ceux-ci. Les forces spatiales et temporelles sont alors calculées en chacun des points de contrôle de la trajectoire puis appliquées sur celle-ci.

Cette méthode vise donc à pouvoir adapter la vitesse du robot mobile par rapport à l'environnement par l'application de déformation temporelles tout

en ayant la possibilité de contourner des obstacles lorsqu'ils obstruent la trajectoire du mobile. Adapté par exemple à un véhicule automobile, celui-ci pourra ainsi "laisser passer" un piéton ou un autre véhicule coupant sa trajectoire, décélérer lorsqu'il s'en approche, accélérer si le piéton décide de s'arrêter et de le laisser passer ou encore attendre que sa place se libère lorsqu'il désire atteindre sa position finale, tout en gardant les avantages de la déformation de chemin consistant à contourner les obstacles lui barrant le passage en gardant une distance de sécurité par rapport à ceux-ci.

Nos travaux proposent un schéma complet de déformation de trajectoire comportant une formulation générale des forces à appliquer sur le système au cours du temps. Ces dernières peuvent se décomposer en forces externes dues à la présence des obstacles de l'environnement et forces internes tendant à assurer la connectivité de la trajectoire. L'application à une masse ponctuelle multidimensionnelle holonome a également été proposée. Pour cela, la caractérisation des espaces d'atteignabilité a été nécessaire ainsi qu'une approximation de ceux-ci dans le but de simplifier leur calcul. Un logiciel a enfin été implémenté dans le but d'illustrer et valider les travaux réalisés.

1.3 Organisation du rapport

Ce rapport est décomposé en quatre grandes parties. La première d'entre elles (2) présente un aperçu général du domaine de l'autonomie du mouvement dont la déformation de trajectoire fait partie. Une rapide présentation du domaine dans son ensemble est effectuée, puis les approches précédentes de déformation de chemin y sont présentées.

La seconde partie (3) présente le schéma général de déformation proposé, ainsi que l'expression des forces internes et externes pour un système quelconque.

L'application à une particule unidimensionnelle puis bidimensionnelle pour un système contrôlé en accélération est proposée dans le chapitre suivant (4). Les expressions des forces internes et externes ainsi que le calcul des ensembles d'atteignabilité et leur approximation par zonotopes y sont redéfinis. La quatrième partie (5) présente les implémentations effectuées ainsi que les résultats expérimentaux obtenus.

Enfin une analyse des travaux effectués est présentée ainsi qu'une ouverture vers les perspectives futures de ceux-ci (6).

Chapitre 2

Autonomie du mouvement

2.1 Introduction

La robotique mobile tend à faire évoluer des robots dans des environnements complexes, non structurés et dynamique. Du repérage dans son environnement au suivi et à l'adaptation du mouvement en passant par la planification de celui-ci, elle s'étend désormais sur de nombreux domaines. L'autonomie du mouvement est le sujet qui nous intéresse ici. L'élaboration de celle-ci est généralement composé de trois grandes parties :

- Perception et construction de l'environnement
- Prise de décision
- Exécution de la tâche et suivi

La déformation de trajectoire ne peut être effectuée qu'à la suite d'une préalable planification du mouvement du robot considéré. Ces deux tâches sont incluses dans la prise de décision du modèle présenté ci-dessus. Formant déjà un vaste sujet, seules ces deux parties formeront l'état de l'art de ce rapport.

2.2 Planification de mouvement

2.2.1 Définition de la planification

La planification de mouvement très largement abordée dans l'ouvrage de référence [LaV05] est la détermination à priori d'une stratégie de mouvement. Elle a pour but de définir un chemin ou une trajectoire sans collision entre une configuration initiale q_i et une configuration finale q_f .

Le problème de planification de mouvement est NP-dur et sa complexité est exponentielle dès que l'on impose la prise en compte des incertitudes, des contraintes cinématiques, d'obstacles mobiles, etc. Il a été prouvé qu'il existe des algorithmes complets permettant de résoudre ce problème, cepen-

dant en pratique, des algorithmes plus rapides sont utilisés sans garantir la complétude.

Il existe deux grandes méthodes de planification de mouvement :

- Exploration d'un graphe de recherche
- Méthodes incrémentales de construction d'un arbre de recherche

Celles-ci sont détaillées après quelques définitions nécessaires à la compréhension de celles-ci.

2.2.2 Espace de configuration - Chemin - Trajectoire

Soit C l'espace de configuration d'un système mobile R . Une configuration $q \in C$ est un ensemble de paramètres indépendants spécifiant uniquement la position et l'orientation du système.

On définit alors par $C_{Obstacle}$ la représentation des obstacles dans l'espace de configurations et par $C_{Free} = C \setminus C_{Obstacle}$ la représentation de l'espace libre dans l'espace des configurations.

Un chemin P défini entre une configuration initiale et une configuration finale est une suite de configurations successives de C .

Une trajectoire T est un chemin paramétré par le temps.

Un chemin (resp. une trajectoire) est dit sans collision si pour toute configuration q_i de P (resp. tout couple (q_i, t_i) de T), $q_i \in C_{free}$.

2.2.3 Méthodes par graphe

Le principe de ces méthodes est de tenter de capturer la topologie de l'espace de configuration dans le but de simplifier le problème à trouver un chemin dans un graphe de recherche. On construit donc dans chaque cas un graphe à partir de l'espace libre puis on ajoute deux liaisons supplémentaires afin de connecter les configurations initiale et finale au graphe. Une fois le graphe construit, une recherche (algorithme A^* par exemple) est effectuée dans celui-ci afin de déterminer le chemin reliant la configuration initiale à la configuration finale.

Graphe de visibilité

Les graphes de visibilité (fig 2.1) consistent à considérer chaque sommet des enveloppes convexes d'obstacles polygonaux et à relier chacun de ces sommets à tout autre sommet visible de cet ensemble. On obtient ainsi un

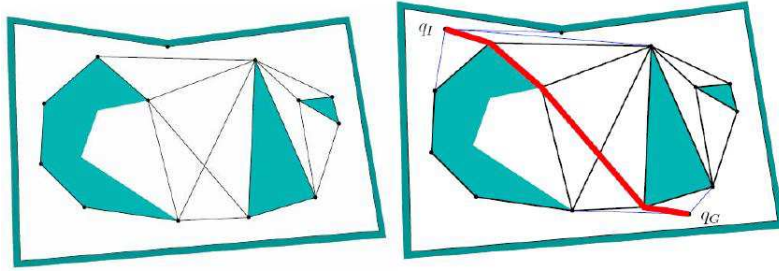


FIG. 2.1 – Graphe de visibilité

graphe dans lequel peut être effectuée une planification après avoir relié les configurations initiale et finale aux sommets de cet ensemble les plus proches. Notez que cette technique autorise les configurations de contact entre le mobile R et les obstacles, c'est pourquoi ils sont relativement peu utilisés.

Diagramme de Voronoï

On appelle région de Voronoï ou cellule de Voronoï associée à un élément "p" de "S" l'ensemble des points qui sont plus proches de p que de tout autre point de "S".

$$Vor_s(p) = \{x \in E \mid \forall q \in S \ d(x, p) \leq d(x, q)\} \quad (2.1)$$

Pour deux points "a" et "b" de "S", l'ensemble $\Pi(a, b)$ des points équidistants de "a" et "b" est un hyperplan affine (un sous-espace affine de co-dimension 1). Cet hyperplan est la frontière entre l'ensemble des points plus proches de "a" que de "b", et l'ensemble des points plus proches de "b" que de "a".

$$\Pi(p, q) = \{x \in E \mid d(x, p) = d(x, q)\} \quad (2.2)$$

On définit ainsi le diagramme de Voronoï d'un espace de configuration C comme étant l'ensemble des hyperplans équidistants des obstacles les plus proches pour chacune des régions de Voronoï de l'espace libre C_{free} .

Le diagramme de Voronoï (fig 2.2) étant défini, on dispose donc du graphe induit où chaque noeud correspond à un sommet des arêtes du diagramme et chaque liaison correspond aux arêtes elles-mêmes. On peut alors comme précédemment effectuer une planification par recherche dans ce graphe. Notez cependant que ce diagramme est assez facilement définissable dans un espace de dimension 2 mais qu'il devient très complexe à calculer dès que l'on passe en dimension supérieure.

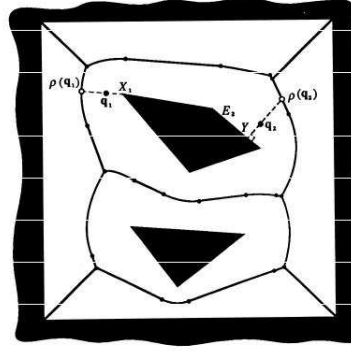


FIG. 2.2 – Diagramme de Voronoï

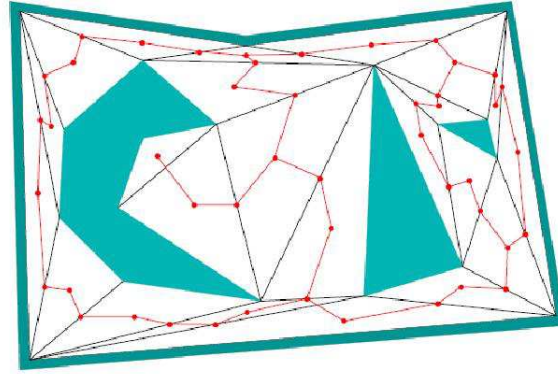


FIG. 2.3 – Décomposition cellulaire

Décomposition cellulaire

La méthode de décomposition cellulaire consiste à découper l'espace libre C_{free} en un nombre fini de cellules (par exemple par triangulation cf 2.3). On peut ensuite définir les sommets d'un graphe à partir des centroïdes de chacune des cellules et éventuellement des milieux des arêtes communes entre deux cellules voisines, et les liaisons du graphe par les segments reliant chaque centroïde aux centroïdes des cellules voisines ou aux milieux des arêtes communes aux cellules voisines de cette même cellule.

Il est également possible (et fréquemment utilisé) d'effectuer une décomposition approximée de l'espace libre en définissant l'union des cellules définies comme incluse dans C_{free} .

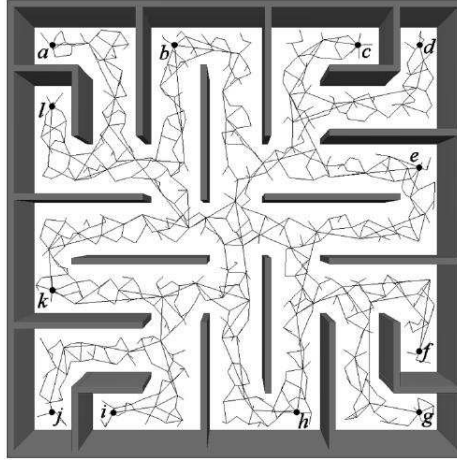


FIG. 2.4 – Un exemple de roadmap ([vdBO05])

Probabilistic Roadmaps

L'utilisation de "Roadmaps" ([vdBO05], [Jai03]) (cf fig. 2.4) est composée de deux étapes : la construction et le parcours de celle-ci. La construction consiste à choisir des positions aléatoires dans la grille d'occupation et de les relier par des arêtes aux positions visibles dans un voisinage défini. Une optimisation de celle-ci peut être nécessaire à la fin de sa création afin de s'assurer de prendre en compte les chemins étroits susceptibles de figurer dans l'environnement. Cette étape complète est très coûteuse et ne sera effectuée si possible qu'une seule et unique fois. De ce fait, seuls les obstacles fixes doivent être considérés lors de cette phase. La planification s'effectue ensuite comme dans les cas précédent par un parcours de la roadmap.

2.2.4 Méthode par arbre

Ces méthodes partent de la configuration initiale et découvrent au fur et à mesure l'espace de configurations en espérant atteindre la configuration finale. Leur performances sont fortement dépendantes du but.

Méthodes basées sur une grille d'occupation

A partir d'une grille représentant une discrétisation régulière de l'espace de configuration et de relations d'adjacence entre les différents noeuds de la grille, on construit incrémentalement un arbre d'exploration de cette grille partant d'une configuration initiale jusqu'à ce que l'on atteigne une configuration finale. Il existe de nombreuses méthodes d'expansion de l'arbre d'exploration, mais afin de parcourir l'arbre rapidement, les algorithmes heuristiques tels A* ou BF* sont souvent utilisés.

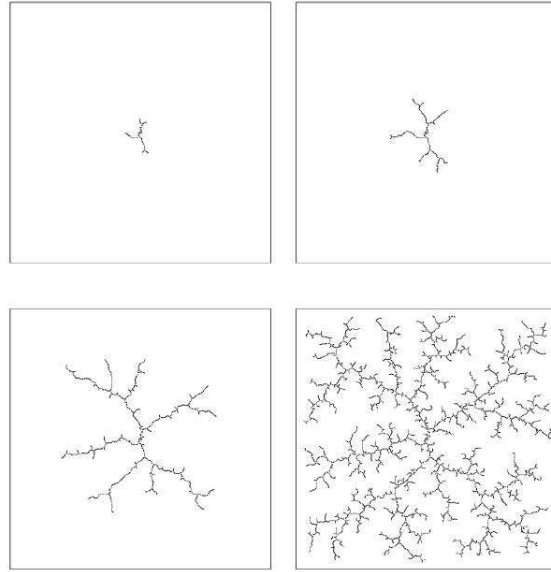


FIG. 2.5 – Rapidly-exploring Random Tree (RRT)

Rapidly-exploring Random Tree (RRT)

Le principe des RRT (cf 2.5) est de construire itérativement un arbre recouvrant une grande partie de l'espace libre C_{free} le plus rapidement possible. La méthode a été proposée par Lavalley en 98 (cf [LaV05]). Les principales étapes de cet algorithme sont les suivantes :

- On choisit une configuration aléatoire q_{rand} dans l'espace libre
- On détermine la configuration q_{near} de l'arbre existant la plus proche de q_{rand}
- On définit la nouvelle configuration à ajouter dans l'arbre par un déplacement de Δq de q_{near} en direction de q_{rand}

Ces trois étapes sont appliquées au départ à partir de q_i et sont reproduites itérativement jusqu'à ce que l'on atteigne un voisinage de q_f .

Le fil d'Ariane

Le fil d'Ariane (cf 2.6) construit un arbre de recherche par deux méthodes de base :

- *Search*(q_1, q_2) : Cette première méthode a pour but d'essayer de définir un chemin localement entre deux configurations données q_1 et q_2 .
- *Explore* : Cette méthode essaie d'ajouter à l'arbre déjà défini une position "la plus loin possible".

Ainsi l'algorithme consiste à alterner itérativement la tentative d'exploration de l'espace non visité par la méthode *Explore* à partir d'une configuration de

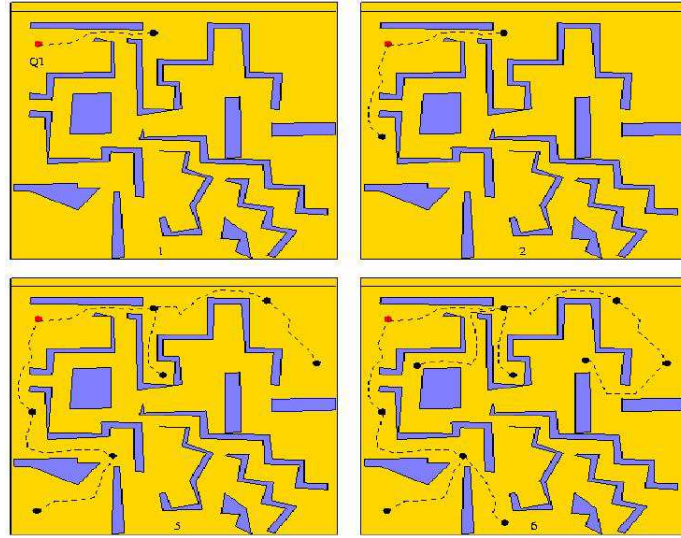


FIG. 2.6 – Le fil d'Ariane

l'arbre déjà construit puis d'essayer à chaque nouveau noeud créé par cette étape de rejoindre la configuration finale grâce à la méthode *Search*.

2.2.5 Decomposition chemin-vitesse

La plupart des méthodes présentées ci-dessus calculent un chemin d'une configuration initiale à une configuration finale. Or la présence d'obstacles mobiles dans l'environnement peut restreindre la possibilité d'atteindre la configuration finale dans certains intervalles de temps (porte qui s'ouvre et se referme au cours du temps). Kant et Zucker ont alors proposé pour résoudre ce problème d'effectuer une décomposition du calcul de trajectoire en un calcul du chemin à suivre puis en une paramétrisation par le temps de celui-ci (ref [KZ86]). Cette méthode permet ainsi de résoudre des problèmes de planification en environnement dynamique par le calcul d'un chemin dans l'environnement encombré des obstacles statiques puis par la paramétrisation de par le temps de ce chemin en considérant l'ensemble des obstacles dynamiques de l'environnement. Cette approche est cependant très limitée dès lors qu'un obstacle mobile reste fixe à partir d'un temps t sur le chemin pré-calculé, dans quel cas le robot n'atteint jamais la configuration finale souhaitée. C'est pourquoi les déformations de chemin ont été proposées.

2.3 Déformation de mouvement

2.3.1 Principe général

Les déformations de mouvement consistent, comme leur nom l'indique, à adapter le mouvement par rapport aux éventuelles modifications de l'environnement. Cependant, alors que le contrôle d'exécution s'occupe d'évaluer la commande instantanée d'exécution du mouvement, une déformation de chemin consiste à modifier une suite de commandes successives dans le but d'une part, de garantir la possibilité de rejoindre la configuration finale et d'autre part de proposer la modification du mouvement la plus adaptée. Une déformation de chemin est alors effectuée à partir d'un chemin initial pré-calculé et modifié à chaque pas de temps de la déformation.

Une déformation de chemin complète se doit de répondre aux critères suivants :

- Garantir la non-collision entre le système et les obstacles. Dans le cas de changements de l'environnement, le contrôle d'exécution doit modifier le chemin emprunté par le robot dans le but d'éviter les obstacles se trouvant sur le chemin calculé précédemment.
- Maintenir la connectivité. Toute modification du chemin doit s'assurer de pouvoir atteindre la configuration finale. La connectivité est garantie par l'atteignabilité de tous couples de configurations successives et par la non-obstruction de ceux-ci.
- Prendre en compte les contraintes du système. Nous nous intéressons ici tout particulièrement à des robots mobiles disposant de contraintes non holonomes (contraintes limitant la manière d'atteindre une configuration finale mais pas le nombre de configurations atteignables) ou de contraintes sur la dynamique du système (vitesse et accélération limites). Celles-ci ayant une influence sur les déformations possibles du chemin, elles doivent être prises en compte.
- Contrainte temps-réel. Le but de ces travaux étant de concevoir une approche réactive à l'environnement, il est nécessaire que les modifications apportées sur un chemin soient instantanées.

A notre connaissance, trois grandes approches de déformation de mouvement ont été proposées jusqu'à maintenant : "The Elastic Strips" de O.Brock et O.Khatib [BK97], une approche variationnelle de F.Lamiriaux, D.Bonnafous et O.Lefebvre [LBL04] et enfin la déformation de trajectoire de H.Kurniawati et T.Fraichard [KF06]. Les deux premières d'entre-elles disposent de plusieurs variantes ou améliorations présentées ci-dessous, la dernière en revanche est beaucoup plus récente.

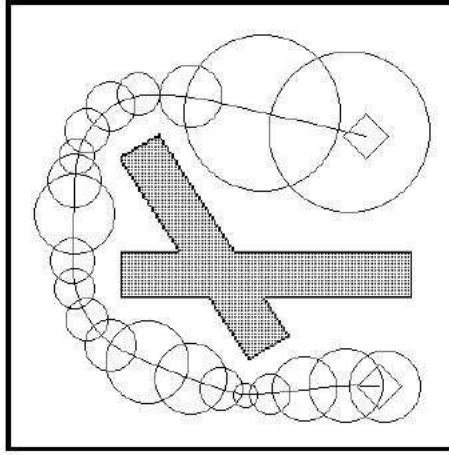


FIG. 2.7 – Bande élastique de Khatib [QK93]

2.3.2 The Elastic Strips Approach [BK97]

Parmi les travaux précédents effectués sur les déformations de chemins, le plus connu est certainement “the Elastic Strips approach” de O.Khatib ([QK93],[BK97]). La base de ses travaux connue sous le nom d’“elastic band” consiste à représenter un ensemble de chemins homotopiques par l’union de volumes de l’espace de travail que le robot va balayer (cf fig. 2.7). On définit alors une bande élastique par une suite de configurations q_1, \dots, q_n .

Les déformations de la bande élastique s’effectuent à chaque itération par discrétisation du chemin de départ et par application de forces sur chacune des configurations de celle-ci, selon le principe des “snakes” ([PBBU05],[Ber94]). Ces forces sont généralement réparties en deux catégories :

- Les forces externes dues à la répulsion des obstacles. Celles-ci sont données par le calcul du gradient des champs de potentiels dûs aux obstacles.
- Les forces internes de la bande élastique permettant d’assurer la connectivité de la trajectoire. Elles représentent la contraction de celle-ci tendant à diminuer sa longueur et sa courbure lorsqu’il n’y a plus présence d’obstacles à proximité.

Cette approche dispose de nombreuses variantes et améliorations définies ci-dessous.

Expression des forces dans l’espace de travail

Dès lors que la dimension de l’espace de configuration augmente, la complexité de l’algorithme de “l’elastic band” explose affectant ainsi ses perfor-

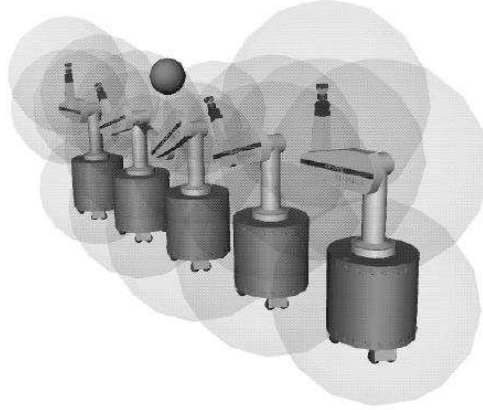


FIG. 2.8 – Tunnel élastique formé d’un ensemble d’enveloppes protectrices couvrant le robot ([BK99]).

mances temps-réel. Les articles [BK97] et [BK99] proposent une expression de la bande élastique dans l’espace de travail et non plus dans l’espace de configuration afin d’éviter ce problème. C’est à cette amélioration que vaut l’efficacité de l’approche de “Elastic Strips”. Elle a été réutilisée dans tous les travaux effectués par la suite par O.Khatib sur le sujet.

L’autre amélioration apportée par ces articles a été de représenter l’espace occupé par le robot par une “coque protectrice” composée d’un ensemble de disques couvrant l’ensemble du robot (cf fig. 2.8). Celle-ci permet de prendre en compte des robots complexes de tous types et de simplifier énormément les calculs de l’espace libre autour de ceux-ci et ainsi que les modifications sur la bande élastique.

Bande élastique non-holonome de M.Khatib

Prise en compte des contraintes non holonomes du système ([KJCL97]). En définissant les chemins $\gamma[q_i, q_{i+1}]$ entre deux configurations successives q_i et q_{i+1} comme étant les chemins de Reeds and Shepp, c’est à dire les chemins composés de trois morceaux de type lignes droites ou arcs de cercle de rayon R (où R est le rayon de courbure minimal), on calcule les bulles non holonomes (cf fig. 2.9) comme étant les intersections des bulles définies précédemment et de l’ensemble des configurations atteignables par les chemins γ depuis la configuration initiale.

On applique donc comme précédemment les forces externes et internes sur cette bande élastique, puis un lissage par courbes de Bézier est effectué afin de réduire les discontinuités apparaissant entre deux chemins γ successifs.

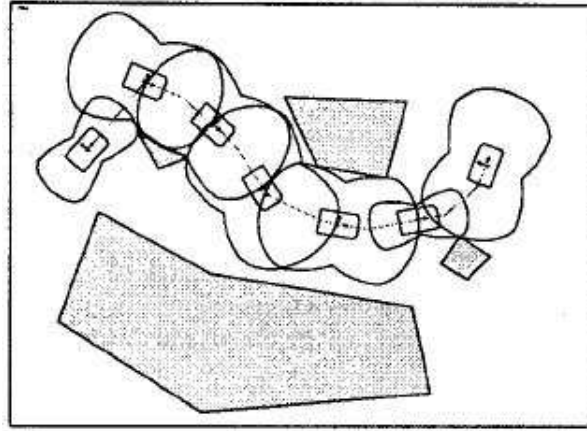


FIG. 2.9 – Bande élastique non holonome de M.Khatib [KJCL97]

Intégration de comportement de posture dans le cas de systèmes redondants ([BK02]).

Les derniers travaux de Khatib sur la déformation de chemin ont été l'intégration de comportement de posture dans le cas de systèmes redondants. Le cas de système disposant de nombreux degrés de liberté donne lieu à plusieurs solutions de configurations possibles pour un seul et même problème. Cependant certaines postures du robot considéré peuvent être mieux adaptées. Des contraintes supplémentaires peuvent alors être imposées pour limiter les solutions et choisir la posture la plus adaptée.

2.3.3 Approche variationnelle de F.Lamiriaux

D'autres travaux moins connus existent tels la navigation réactive de Lamiriaux ([LBL04]). Contrairement à l'approche proposée par Khatib, ces travaux proposent une déformation continue d'un chemin d'entrée. Ils consistent à effectuer une perturbation des fonctions d'entrée dans le but de s'écarter des obstacles par homotopie du chemin de départ (fig 2.10). A chaque itération, un champ de potentiel est associé à un chemin en fonction de sa proximité par rapport aux obstacles de l'environnement. On calcule alors en chaque point le vecteur permettant de minimiser le champ de potentiel de l'ensemble du chemin.

Même en partant d'un chemin respectant les contraintes non holonomes du système, les déformations successives risquent de passer outre. On associe alors également un champ de potentiel en fonction du respect de ces

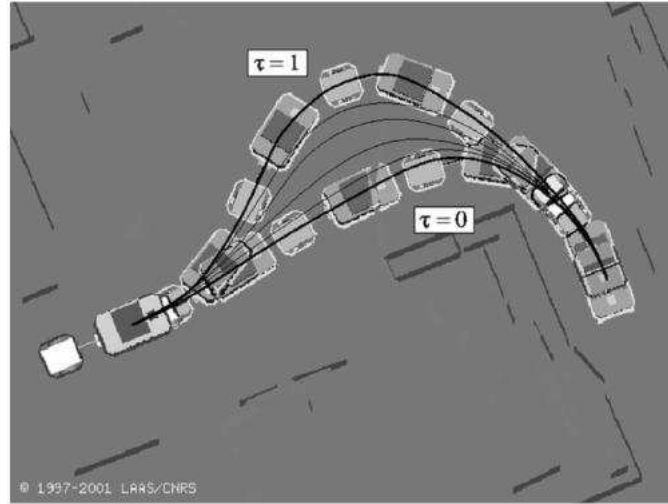


FIG. 2.10 – Déformation de chemin de Lamiriaux [LBL04]

contraintes que l'on cherche de nouveau à minimiser. On considère donc que les contraintes non holonomes sont respectées lorsque le potentiel associé tend vers 0.

Ces travaux respectent également les contraintes temps-réel pour des systèmes disposant de contraintes non-holonomes multiples. Une extension de ceux-ci [LB02] s'est intéressée également à la prise en compte d'obstacles de tous types par une simplification des calculs des champs de potentiels générés.

Gestion des états de collision inévitable

L'approche variationnelle de Lamiriaux étant limitée à des déformations par homotopie du chemin de départ, elle a été étendue afin d'éviter les collisions dans le cas où la trajectoire est coupée par un ou plusieurs obstacles et qu'il y a perte de connectivité [BL03]. Lorsqu'une collision inévitable est détectée, la vitesse du mobile est réduite avant collision dans le but de s'arrêter juste avant celle-ci. À l'arrêt, il peut alors replanifier sa trajectoire et poursuivre son chemin une fois le passage libéré.

2.3.4 Déformation de trajectoire de T.Fraichard

Les approches citées ci-dessus remplissent tout ou partie des critères définis précédemment (en 2.3), cependant elles disposent encore de fortes limitations : Dans le cas où un obstacle traverse le chemin, des homotopies successives du chemin initial risquent fortement d'entraîner la non-connectivité ou la perte du respect des contraintes non holonomes ou tout simplement le chemin en vient à s'écarter complètement de l'optimal. Les

déformations de chemins effectuées jusqu'à présent ont toujours été limitées à des déformations géométriques du chemin initial. A notre connaissance, seul un article de T.Fraichard ([KF06]) s'est attardé sur la possibilité d'effectuer des déformations temporelles de la trajectoire. Celui-ci part des deux constatations suivantes quant au comportement d'un robot mobile :

- Si un obstacle doit croiser la trajectoire du robot et s'il avance relativement vite, il serait préférable de ralentir le robot et de le laisser passer.
- Si au contraire, l'obstacle croise la trajectoire mais avance lentement, il serait préférable de déformer un peu le chemin effectué et d'accélérer si nécessaire.

L'article tente donc de répondre à ces questions mais est encore limité aux problèmes suivants :

- Afin d'effectuer des déformations temporelles en plus des spatiales, le temps doit être considéré au même titre que les distances et il est donc nécessaire de définir un facteur d'échelle entre ces deux unités. Cependant, un facteur fixe n'est pas toujours approprié.
- D'autre part, les déformations temporelles ont été très limitées de manière à ne pas changer l'ordre temporel des configurations.
- Enfin, une seule entrée de contrôle a été modifiée entre deux noeuds successifs, ce qui est aussi trop restrictif dans le cas d'équations complexes du mouvement.

Chapitre 3

Déformation de trajectoire

3.1 Principe de la déformation de trajectoire

3.1.1 Motivations de l’approche proposée

Notre approche de déformation de trajectoire continue les travaux réalisés auparavant par Th. Fraichard ([KF06]). Elle est principalement motivée par les défauts des déformations de chemins proposées précédemment. En effet, ceux-ci étant limitées à des homotopies ie. des déformations spatiales continues de la courbe géométrique du chemin initial, un obstacle tendant à couper ce dernier a de fortes chances d’entraver sa connectivité. La déformation de trajectoire à partir d’une connaissance à-priori du futur de l’environnement a pour but, au contraire de ces précédentes, de permettre au mobile de “laisser passer” un obstacle mobile au travers du chemin associé à la trajectoire en appliquant des déformations temporelles sur celle-ci en plus des déformations géométriques proposées précédemment. Ces déformations temporelles permettront également d’assurer la non-collision de l’état final dans le cas où l’état-temps de celui-ci est obstrué par un obstacle, et de permettre au mobile d’adapter sa vitesse lors de passage difficile assurant ainsi une certaine flexibilité à son contrôle.

Nous introduisons alors les notations suivantes afin de décrire précisément le problème posé.

3.1.2 Notations

Espace de travail

Soit W l’espace de travail du système. Celui-ci représente l’espace réel avec lequel va interagir le système. En général, $W = R^2$ ou R^3 .

Espace de configuration

Soit C l'espace de configuration du système. Une configuration q est un ensemble unique de paramètres indépendants spécifiant la position et l'orientation de tous les composants d'un système robotique relatifs à un système de coordonnées fixe.

Espace d'état

Soit S l'espace d'état du système. Un état s est généralement défini dans l'espace des phases par

$$s = (q, \dot{q}) \quad (3.1)$$

Système dynamique

Soit $s \in S$ l'état du système à un instant t . Nous définissons alors le système dynamique suivant :

$$\dot{s} = f(s, u) \quad (3.2)$$

où $u \in U$ est le contrôle appliqué sur le système.

On définit alors une trajectoire de l'espace S définie à partir d'un état s_0 soumis à un contrôle d'entrée $u : T \rightarrow U$ par la fonction $\xi_{s_0, u} : T \rightarrow S$ telle que $\xi_{s_0, u}(t)$ est solution du système

$$\dot{s}(t) = f(s(t), u(t)) \quad (3.3)$$

avec la condition initiale $s(0) = s_0$.

Espace-temps

Afin de prendre en compte la dynamique du système étudié, il nous semble judicieux d'augmenter les espaces définis précédemment de la dimension temporelle. On définit alors les espaces $W \times T$, $C \times T$ et $S \times T$ respectivement les espaces de travail-temps, de configuration-temps et d'états-temps.

Espaces atteignables

Soit (s, t) un état-temps donné du système, on note $R_t(s_0, t_0) \subset S$ l'ensemble des états de S atteignables à partir de l'état-temps (s_0, t_0) soumis au système (3.2). Réciproquement, on note $R_t^{-1}(s_1, t_1) \subset S$ l'ensemble des états de S pouvant atteindre l'état-temps (s_1, t_1) . $R_t(s_0, t_0)$ et $R_t^{-1}(s_1, t_1)$ sont définis par :

$$R_t(s_0, t_0) = \bigcup_{u \in U} \xi_{s_0, u}(t_0 + t) \quad (3.4)$$

$$R_t^{-1}(s_1, t_1) = \bigcup_{u \in U} \xi_{s_1, u}^{-1}(t_1 + t) \quad (3.5)$$

A partir de ces ensembles, nous pouvons définir également $R_{[t_1; t_2]}(s_0, t_0) \subset S \times T$ et $R_{[t_1; t_2]}^{-1}(s_1, t_1) \subset S \times T$ les ensembles atteignables à partir de (s_0, t_0) , et pouvant atteindre (s_1, t_1) sur l'intervale de temps $[t_1; t_2]$. Ceux-ci sont définis par :

$$R_{[t_1; t_2]}(s_0, t_0) = \bigcup_{t \in [t_1; t_2]} (R_t(s_0, t_0), t) \quad (3.6)$$

$$R_{[t_1; t_2]}^{-1}(s_1, t_1) = \bigcup_{t \in [t_1; t_2]} (R_t^{-1}(s_1, t_1), t) \quad (3.7)$$

Obstacles de l'environnement

On note $B_i \in \beta \subset W, i \in [1, \dots, n_B]$ les obstacles de l'environnement et $B \in \beta \subset W, B = \bigcup_{i \in [1, \dots, n_B]} B_i$ l'ensemble de ces obstacles. Considérant un modèle future des obstacles, on note $B_{i, t_0}(t) \in \beta \subset W$ l'estimation effectuée au temps t_0 de l'espace occupé au temps t par l'obstacle B_i et de la même manière, on note $B_{t_0}(t) \in \beta \subset W, B_{t_0}(t) = \bigcup_{i \in [1, \dots, n_B]} B_{i, t_0}(t)$ l'estimation effectuée au temps t_0 de l'espace occupé au temps t par l'ensemble des obstacles de l'environnement.

3.1.3 Principe de la déformation

Similairement à la déformation de chemin présentée précédemment (§2.3), la déformation de trajectoire est appliquée sur une trajectoire ξ précalculée par un planificateur de mouvement. Cette trajectoire est discrétisée et définie par une séquence finie d'état-temps $\xi = ((s_{init}, t_{init}), \dots, (s_{goal}, t_{goal}))$. Par soucis de simplification, la trajectoire et la séquence d'états la représentant seront définies toutes deux par ξ . Notons également Ξ l'ensemble des trajectoires.

A chaque instant t_i , un modèle prévisionnel $B_{t_i}(t)$ du comportement futur des obstacles est donné. On essaie de calculer à partir de celui-ci et de la trajectoire définie au temps précédent une nouvelle trajectoire garantissant que les contraintes de non-collision et la connectivité de la trajectoire suivie soient respectées.

Si ξ_i est la trajectoire définie au temps t_i , et (s_0^i, t_0^i) est le premier état-temps de la trajectoire qui n'a pas encore été atteint au temps t_i , alors la déformation de trajectoire *deform* peut être définie comme une application de $\Xi \times \beta$ dans Ξ telle que :

$$\xi_i = deform(\xi_{i-1}, B_{t_i}(t)) \quad (3.8)$$

Et les contraintes de non-collision et de connectivité s'expriment respectivement par :

$$\forall j \in [0, goal], (s_j^i, t_j^i) \notin B_{t_i}(t_j^i) \quad (3.9)$$

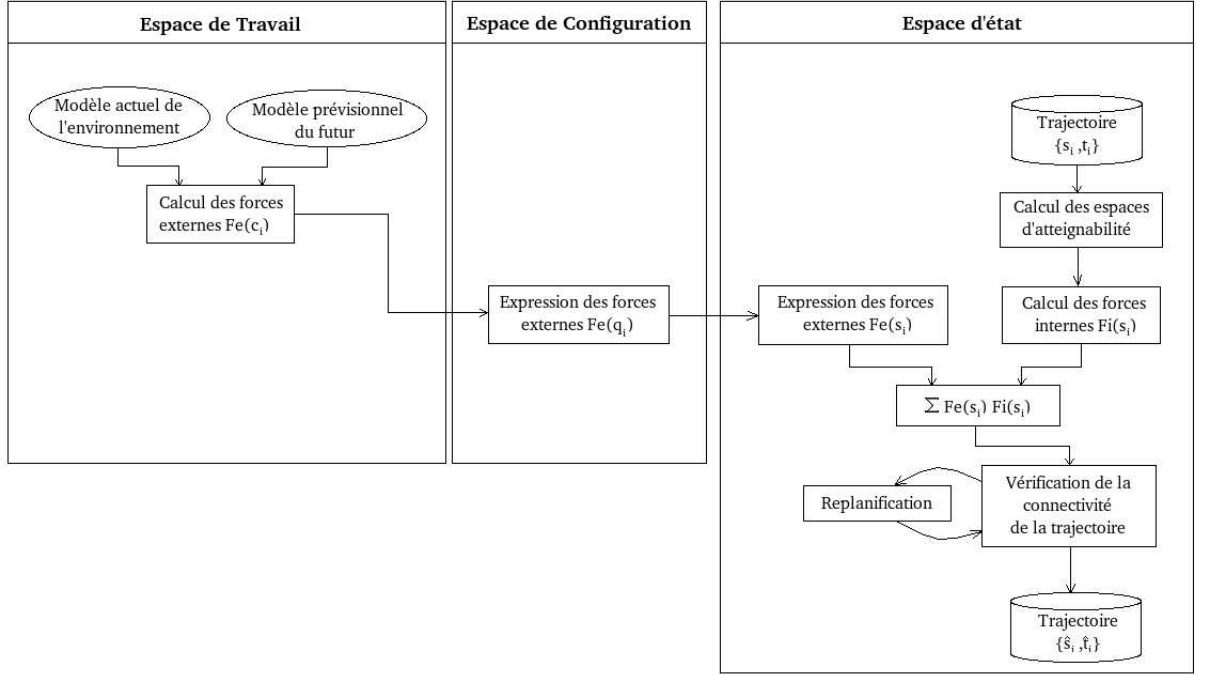


FIG. 3.1 – Schéma général de la déformation de trajectoire proposée

et

$$\forall j \in [1, goal], (s_j^i, t_j^i) \in R_{t_j^i}(s_{j-1}^i, t_{j-1}^i) \quad (3.10)$$

Le schéma 3.1 présente le principe générale de la déformation, dont chaque étape est présentée ci-dessous. A chaque itération sont calculées deux types de forces sur la trajectoire, les forces externes calculées dans l'espace de travail et les forces internes appliquées dans l'espace d'état. Puis une fois ces forces appliquées, on vérifie la connectivité de la trajectoire, afin de s'assurer que la déformation peut suivre son cours normalement.

3.1.4 Forces externes

Les forces externes appliquées sur la trajectoire à l'instant t_i sont les forces dues à la présence des obstacles de l'environnement. Elles tendent d'une part, à écarter autant que possible la trajectoire du robot de la trajectoire future supposée des obstacles mobiles, et d'autre part, à s'écarter de la position courante des obstacles lorsque la trajectoire du robot se trouve trop près de l'un d'entre eux.

Déformation dans l'espace de travail

L'application des déformations dans l'espace d'articulation étant très coûteux dès lors que la dimension de celui-ci augmente, les calculs de déformation de trajectoire proposés ici sont effectués dans l'espace de travail comme proposé dans l'approche des "Elastic Strips" de O.Khatib (ref [BK97]).

On associe alors à chaque état-temps (s_j^R, t_j) du robot tel que t_j soit compris dans l'intervalle $[t_i; t_{goal}]$ un point de contrôle (p_j^R, t_j) dans l'espace $W \times T$, puis on calcule la force extérieure $F_{ext}(p_j^R, t_j, B_k)$ qui lui est appliquée, par l'obstacle B_k le "plus proche".

Calcul de $F_{ext}(p_j^R, t_j, B_k)$

Afin de calculer la force externe $F_{ext}(p_j^R, t_j, B_k)$, il est nécessaire de déterminer la position-temps $(p_l^{B_k}, t_l)$ de B_k la "plus proche" du point de contrôle (p_j^R, t_j) de la trajectoire du mobile (fig 3.2(a)).

Soit d_0 la distance minimale de l'espace $W \times T$ à partir de laquelle une force de l'obstacle sur la position-temps du robot est appliquée; et soit d_{min} la distance de $(p_l^{B_k}, t_l)$ à (p_j^R, t_j) .

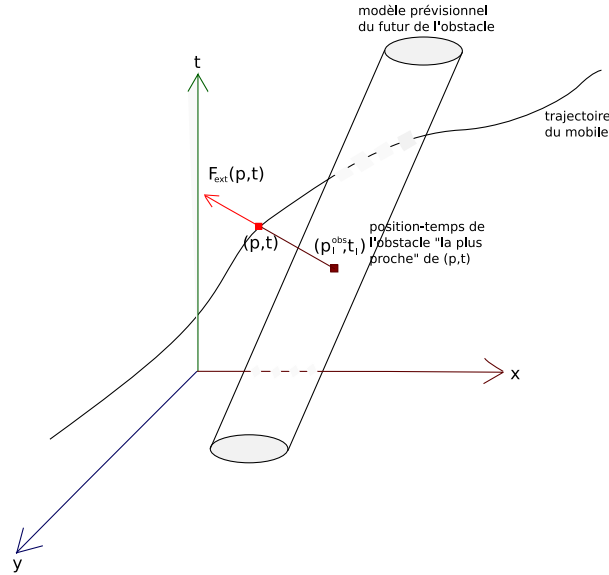
$$d_{min} = \|(p_l^{B_k}, t_l) - (p_j^R, t_j)\| \quad (3.11)$$

La force $F_{ext}(p_j^R, t_j, B_k)$ due à l'obstacle B_k est alors

$$F_{ext}(p_j^R, t_j, B_k) = (d_{min} - d_0)^2 * \frac{(p_l^{obs_k}, t_l) - (p_j^R, t_j)}{\|(p_l^{obs_k}, t_l) - (p_j^R, t_j)\|} \quad (3.12)$$

Il est assez difficile de définir une norme sur un espace position-temps dont les paramètres ont des unités différentes, d'autant plus que cette norme dépendra très fortement du type de système considéré. La solution alternative alors proposée est de prendre en considération la position de l'obstacle uniquement au temps t_j . De ce fait, le calcul de la force extérieure sera effectué à partir du vecteur $\overrightarrow{(p_j^R, t_j)(p_j^{obs_k}, t_j)}$ qui ne dispose que d'une composante spatiale (fig 3.2(b)), la composante temporelle étant nulle. Cependant il sera possible d'ajouter une ou plusieurs composantes temporelles à partir des informations de proximité de l'obstacle. Pour cela, on se propose de calculer pour chaque point de contrôle une estimation du temps dans lequel la trajectoire risque de rentrer en collision avec l'obstacle le plus proche, puis on essaie de maximiser ce temps d'entrée en collision. Ces forces dépendant fortement du système considéré, elles sont détaillées dans la section (§4.2).

(a) Force appliquée par l'ensemble du modèle prévisionnel



(b) Force appliquée par le modèle prévisionnel au temps t_j

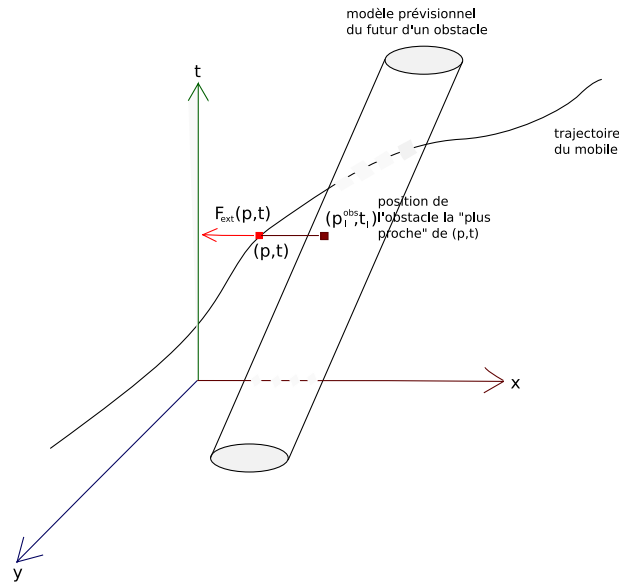


FIG. 3.2 – Calcul de $F_{ext}(p_j^R, t_j)$

3.1.5 Expression des forces externes dans l'espace de configuration

L'expression des forces externes dans l'espace de configuration a été proposée par O.Brock et O.Kathib dans l'approche des "Elastic Strips" (ref [BK97]). Ils définissent pour cela la relation entre les forces $F_{ext}(p)$ exercées sur l'effecteur de l'espace de travail et les forces/couples $F_{ext}(q)$ exercés sur chacune des articulations du système dans l'espace de configuration par :

$$\overrightarrow{F_{ext}}(q) = J_p^T(q) \overrightarrow{F_{ext}}(p) \quad (3.13)$$

où $J_p(q)$ est la matrice jacobienne de la configuration q au point de contrôle p .

Note : Cette relation entre l'expression des forces externes dans l'espace de travail et dans l'espace d'articulation n'est valable que pour des systèmes non redondants. Une relation plus complète a été proposée dans l'approche des "Elastic Strips" pour les systèmes redondants, cependant ce cas n'a pas été traité ici car ceux-ci ne nous sont pas utiles dans la suite de nos travaux.

3.1.6 Expression des forces externes dans l'espace d'état

Une fois les forces externes exprimées dans l'espace de configuration, un état étant défini par un couple (q, \dot{q}) , l'expression des forces externes dans l'espace d'état est effectué par paramétrisation de la seconde composante \dot{q} des états du système. Notons q_j^i , \dot{q}_j^i et t_j^i respectivement la position, la vitesse et le temps du j^{eme} état-temps de la trajectoire lors de la déformation effectué au temps t_i . Alors \dot{q}_j^{i+1} est défini par :

$$\dot{q}_j^{i+1} = q_j^i * \frac{(q_j^{i+1} - q_{j-1}^{i+1}) + (q_{j+1}^{i+1} - q_j^{i+1})}{(q_j^i - q_{j-1}^i) + (q_{j+1}^i - q_j^i)} * \frac{t_{j+1}^i - t_{j-1}^i}{t_{j+1}^{i+1} - t_{j-1}^{i+1}} \quad (3.14)$$

La force externe $F_{ext}(s_j, t_j)$ alors exercée sur un état-temps (s_j, t_j) est alors :

$$\overrightarrow{F_{ext}}(s_j, t_j) = \overrightarrow{F_{ext}}(q_j, t_j) + (\dot{q}_j^{i+1} - \dot{q}_j^i) \vec{q} \quad (3.15)$$

3.1.7 Forces internes

Soient trois états successifs s_{i-1}, s_i, s_{i+1} . Les forces internes calculées tendent à assurer la connectivité de la trajectoire. Pour ce faire, il est nécessaire de calculer l'espace $R_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}(s_{i-1}) \subset S \times T$ atteignable à partir d'un état-temps (s_{i-1}, t_{i-1}) donné et l'espace $R_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}^{-1}(s_{i+1}) \subset S \times T$ atteignant un état-temps (s_{i+1}, t_{i+1}) donné.

Ainsi, l'intersection $A_{(s_i, t_i)} \subset S \times T$ définissant l'espace disponible de l'état s_i ie. l'espace dans lequel l'état-temps (s_i, t_i) peut être calculé. Celle-ci est exprimée par :

$$A_{(s_i, t_i)} = R_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}(s_{i-1}) \cap R_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}^{-1}(s_{i+1}) \quad (3.16)$$

Soit $\overrightarrow{bar}_{A_{(s_i, t_i)}} \in S \times T$ le barycentre de $A_{(s_i, t_i)}$. $\overrightarrow{bar}_{A_{(s_i, t_i)}}$ est l'état-temps tel que :

$$\int_S \int_T \overrightarrow{bar}_{A_{(s_i, t_i)}} \overrightarrow{M} ds dt = \overrightarrow{0} \quad (3.17)$$

où \overrightarrow{M} définit chaque état-temps de $A_{(s_i, t_i)}$.

La force interne $\overrightarrow{F}_{int}(s_i, t_i)$ du système appliquée sur l'état-temps (s_i, t_i) est alors :

$$\overrightarrow{F}_{int}(s_i, t_i) = \overrightarrow{s_i \overrightarrow{bar}_{A_{(s_i, t_i)}}} \quad (3.18)$$

La difficulté de ce problème est alors la définition de ces espaces d'atteignabilité. Nous définissons dans la suite les espaces d'atteignabilité pour un robot holonome puis essayons d'apporter une solution dans le cas d'un robot non holonome.

3.1.8 Forces totales appliquées sur un état-temps (s_i, t_i)

La force totale appliquée sur un état-temps (s_i, t_i) est la somme pondérée des forces internes et forces externes définies ci-dessus :

$$\overrightarrow{F}_{tot}(s_i, t_i) = k_{int} * \overrightarrow{F}_{int}(s_i, t_i) + k_{ext} * \overrightarrow{F}_{ext}(s_i, t_i) \quad (3.19)$$

3.1.9 Vérification de la non-collision et de la connectivité de la trajectoire

Dans certains cas, les forces dûes aux obstacles seront trop importantes pour que les seules forces internes permettent d'assurer la connectivité de la trajectoire, ou alors les forces internes le seront trop pour éviter la collision. Cette situation apparait tout simplement lorsque, après application des forces externes et internes au temps t_j , il existe un état-temps (s_{i+1}, t_{i+1}) tel que

$$s_{i+1} \notin R_{t_{i+1}}(s_i, t_i) \mid (s_{i+1}, t_{i+1}) \in B_{t_j}(t_{i+1}) \quad (3.20)$$

Dans une telle situation, l'algorithme échoue, et une replanification locale de la trajectoire devient alors nécessaire.

Chapitre 4

Application du modèle de déformation

4.1 Application sur un système mobile 2D contrôlé en accélération

4.1.1 Définition du problème

Représentation du problème

Soit un système mobile 2D noté R et soit un cercle de rayon r_R englobant ce mobile. Afin de simplifier les calculs, on étudie ce système en considérant un unique point de contrôle p^R défini par le centre du cercle englobant le mobile.

On définit de la même manière les obstacles mobiles obs_k par leur position p^{obs_k} et leur rayon r_{obs_k} .

Système de contrôle dynamique

Soit $s^R \in S$ l'état du système à un instant t tel que $s^R = (p, v)$, où p est la position du système et v sa vitesse.

Le système étant contrôlé en accélération, nous définissons alors le système de contrôle suivant :

$$f : \begin{cases} \dot{p} = v \\ \dot{v} = a \end{cases} \quad (4.1)$$

et $u = a$ où a est l'accélération du système.

Contraintes du système

Les contraintes définies sur le système considéré sont les suivantes :

$$\begin{cases} v_{min} \leq \dot{p}^R \leq v_{max} \\ a_{min} \leq \ddot{p}^R \leq a_{max} \end{cases} \quad (4.2)$$

4.2 Forces exercées par les obstacles de l'environnement sur une particule bidimensionnelle

4.2.1 Force exercée sur le point de contrôle (p_i^R, t_i) par le modèle prévisionnel au temps t_i

Dans le cas où la force exercée sur le point de contrôle (p_i^R, t_i) est uniquement dépendante du modèle prévisionnel au temps t_i , la norme de l'espace temps à considérer est réduite à une norme uniquement spatiale qu'il est possible de calculer simplement. Nous proposons alors dans ce cas le modèle qui suit.

Composante spatiale (cf Khatib)

Nous définissons le champ de potentiel $V_{ext}^{et}(p_i^R, t_i)$ généré par chacun des obstacles de l'environnement au couple (p_i, t_i) de l'espace $R^2 * T$ par la formule suivante :

$$V_{ext}(p_i^R, t_i) = \begin{cases} \frac{1}{2}k_3(d_0 - d(p_i) - r_R)^2 & \text{si } d(p_i^R, t_i) + r_R < d_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.3)$$

avec

$$\begin{cases} k_3, \text{ le gain répulsif exercé par les obstacles} \\ d_0, \text{ la distance minimale aux obstacles de l'espace-temps à partir} \\ \text{de laquelle un champ est exercé} \\ d(p_i), \text{ la distance de la position } p_i \text{ à l'obstacle le plus proche} \end{cases}$$

Une fois le champ de potentiel $V_{ext}(p_i)$ généré par les obstacles calculé, on peut en déduire la force $\overrightarrow{F_{ext1}}(p_i^R, t_i)$ exercée sur une position-temps suivante :

$$\overrightarrow{F_{ext1}}(p_i^R, t_i) = \begin{cases} (d_0 - d(p_i) - r_R) * \frac{\overrightarrow{d}}{\|\overrightarrow{d}\|} & \text{si } d(p_i) + r_R < d_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.4)$$

avec

$$\begin{cases} d_0, \text{ la distance minimale aux obstacles de l'espace-temps à partir} \\ \text{de laquelle un champ est exercé} \\ \frac{\overrightarrow{d}}{\|\overrightarrow{d}\|}, \text{ le vecteur normalisé du gradient} \end{cases}$$

Composante temporelle

Afin de calculer la composante temporelle de la force extérieure, on tente d'évaluer en chaque point de contrôle le temps dans lequel une collision risque de se produire entre le-dit point de contrôle et l'obstacle le "plus proche temporellement". Pour cela, on calcule la vitesse à laquelle se rapproche chaque obstacle d'un point de contrôle, puis le temps dans lequel risque d'advenir la collision s'ils continuent à se rapprocher à vitesse constante. Ces temps permettent alors de définir l'obstacle qui va appliquer une force temporelle sur le point de contrôle, et cette force tendra à maximiser ce temps.

Soient trois points de contrôle de la trajectoire du robot successifs $(p_{i-1}^R, t_{i-1}), (p_i^R, t_i), (p_{i+1}^R, t_{i+1})$ et les position-temps de l'obstacle B_k correspondants $(p_{i-1}^{B_k}, t_{i-1}), (p_i^{B_k}, t_i), (p_{i+1}^{B_k}, t_{i+1})$.

On note $d_i^{R-B_k}$ la distance du robot à l'obstacle le plus proche à l'instant t_i . On a donc :

$$d_i^{R-B_k} = \|p_i^R - p_i^{B_k}\| - r_R - r_{B_k} \quad (4.5)$$

avec

$$\begin{cases} r_R, \text{ rayon du cercle englobant le robot} \\ r_{B_k}, \text{ rayon du cercle englobant l'obstacle } B_k \end{cases}$$

Afin de calculer la composante temporelle de la force extérieur, on estime la vitesse $v_i^{R-B_k}$ à laquelle la position-temps courante (p_i^R, t_i) du robot se rapproche ou s'écarte de l'obstacle B_k . Cette vitesse s'exprime donc localement par :

$$v_i^{R-B_k} = \frac{d_{i+1}^{B_k} - d_{i-1}^{B_k}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (4.6)$$

A partir de cette vitesse, on calcule donc le "time-to-collision" $TTC(p_i^R, t_i)$ ie. la marge de temps dont dispose le système avant ou après collision. Celui-ci s'exprime par :

$$TTC(p_i^R, t_i, B_k) = \frac{d_i^{R-B_k}}{v_i^{R-B_k}} \quad (4.7)$$

On note alors $TTC_{min}(p_i^R, t_i)$ le time-to-collision minimal entre la position-temps (p_i^R, t_i) et l'ensemble des obstacles de l'environnement. Celui-ci s'exprime par :

$$TTC_{min}(p_i^R, t_i) = \min_{B_k \in env} TTC(p_i^R, t_i, B_k) \quad (4.8)$$

Interprétation du TTC_{min} : Si le TTC est positif, il représente le temps dans lequel adviendra une collision entre le robot et l'obstacle le plus proche, s'ils continuent à se rapprocher à vitesse constante. Si le TTC est négatif, il représente le temps passé depuis une éventuelle collision qui se serait produite si le robot et l'obstacle le plus proche s'étaient écartés à vitesse constante.

Soit TTC_0 le time-to-collision maximal jusqu'auquel il est nécessaire d'appliquer une force $\overrightarrow{F_{ext2}(p_i^R, t_i)}$ sur le point de contrôle courant. La force appliquée sur le point de contrôle courant est alors :

$$\overrightarrow{F_{ext2}(p_i^R, t_i)} = \begin{cases} \frac{TTC_0 - \|TTC_{min}(p_i^R, t_i)\|}{TTC_0} * k_t * (t_{i-1} - t_i) * coefAcc * coefSpd & \text{si } \|TTC_{min}(p_i^R, t_i)\| < TTC_0 \text{ \& } TTC_{min}(p_i^R, t_i) < 0 \\ \frac{TTC_0 - \|TTC_{min}(p_i^R, t_i)\|}{TTC_0} * k_t * (t_{i+1} - t_i) * coefAcc * coefSpd & \text{si } \|TTC_{min}(p_i^R, t_i)\| < TTC_0 \text{ \& } TTC_{min}(p_i^R, t_i) > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.9)$$

avec

$$coefSpd = \begin{cases} 1 & \text{si } k_1 * v_{min} \leq v_i^R \leq k_1 * v_{max} \\ 1 - \frac{v_i^R - k_1 * v_{max}}{(1-k_1)v_{max}} & \text{si } v_i^R \geq k_1 * v_{max} \text{ \& } (v_i^R)^s - (v_i^R)^{s-1} > 0 \\ 1 - \frac{v_i^R - k_1 * v_{min}}{(1-k_1)v_{min}} & \text{si } v_i^R \leq k_1 * v_{min} \text{ \& } (v_i^R)^s - (v_i^R)^{s-1} < 0 \end{cases}$$

et

$$coefAcc = \begin{cases} 1 & \text{si } k_2 * v_{min} \leq a_i^R \leq k_2 * a_{max} \\ 1 - \frac{\dot{v}_i^R - k_2 * a_{max}}{(1-k_2)a_{max}} & \text{si } a_i^R \geq k_2 * a_{max} \text{ \& } (\dot{v}_i^R)^s - (\dot{v}_i^R)^{s-1} > 0 \\ 1 - \frac{\dot{v}_i^R - k_2 * a_{min}}{(1-k_2)a_{min}} & \text{si } a_i^R \leq k_2 * a_{min} \text{ \& } (\dot{v}_i^R)^s - (\dot{v}_i^R)^{s-1} < 0 \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} 0 < k_t < 1, \text{ coefficient maximal de déplacement temporel entre deux états successifs} \\ 0 < k_1 < 1, \text{ coefficient de marge de vitesse de sécurité} \\ 0 < k_2 < 1, \text{ coefficient de marge d'accélération de sécurité} \end{cases}$$

Force externe totale

Une fois les deux composantes précédentes calculées, la force externe totale $\overrightarrow{F_{ext}}(p_i^R, t_i)$ appliquée sur une position-temps (p_i^R, t_i) au temps t_j est obtenue alors par :

$$\overrightarrow{F_{ext}}(p_i^R, t_i) = (\overrightarrow{F_{ext1}}(p_i^R, t_i) + \overrightarrow{F_{ext2}}(p_i^R, t_i)) \quad (4.10)$$

Garantie de non collision de l'état final

L'un des principaux problème des approches de déformation purement géométriques est la garantie de non collision de l'état final. En effet, le mouvement des obstacles de l'environnement étant à priori méconnu ou non fiable, il est impossible de déterminer lors de la planification de la trajectoire un état-temps final libre. L'utilisation de déformations temporelles permet de répondre à ce problème. Nous proposons alors l'approche qui suit. La position de la position-temps (p_f^R, t_f) finale devant impérativement être

fixe, aucune déformation spatiale n'est appliquée sur celle-ci. En revanche, si (p_f^R, t_f) est en collision ou trop proche d'un des obstacles, on applique une force purement temporelle $\overrightarrow{F_{ext3}}(p_f^R, t_f)$ l'éloignant temporellement des obstacles. Pour cela, on calcule similairement aux autres déformations temporelles la vitesse de rapprochement à l'obstacle B_k de la manière suivante :

$$v_f^{R-B_k} = \frac{d_f^{B_k} - d_{f-1}^{B_k}}{t_f - t_{f-1}} \quad (4.11)$$

Le time-to-collision $TTC(p_f^R, t_f, B_k)$ de l'état-temps final à l'obstacle B_k et le time-to-collision minimal de l'état-temps final sont respectivement calculés par les expressions 4.7 et 4.8.

Si l'état-temps final du robot est en collision ou trop proche des obstacles, on essaye de le déplacer du temps maximal dt_f possible respectant les contraintes du système. Celui-ci peut être calculé en résolvant l'équation suivante :

$$\frac{1}{2}a_{min} * (dt_f)^2 + v_{f-1} * (dt_f) + (p_{f-1} - p_f) = 0 \quad (4.12)$$

d'où

$$dt_f = \frac{-b_f \pm \sqrt{(b_f)^2 - 4 * a_f * c_f}}{2 * a_f} \quad (4.13)$$

avec

$$\begin{cases} a_f = \frac{1}{2}a_{min} \\ b_f = v_{f-1} \\ c_f = p_{f-1} - p_f \end{cases} \quad (4.14)$$

La force $\overrightarrow{F_{ext3}}(p_i^R, t_i)$ alors appliquée sur l'état final est :

$$\overrightarrow{F_{ext3}}(p_i^R, t_i) = \begin{cases} -dt_f * \vec{t} & \text{si } (\|TTC_{min}(p_f^R, t_f)\| < TTC_0 \|d_f < d_{fMin}\} \& TTC_{min}(p_f^R, t_f) < 0 \\ dt_f * \vec{t} & \text{si } (\|TTC_{min}(p_f^R, t_f)\| < TTC_0 \|d_f < d_{fMin}\} \& TTC_{min}(p_f^R, t_f) > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.15)$$

4.3 Caractérisation des espaces d'atteignabilité

4.3.1 Espaces d'atteignabilité de dimension géométrique 1

Considérons une particule unidimensionnelle contrôlée en accélération par le système 4.1.

Soit (p_{i-1}, v_{i-1}) (resp. (p_i, v_i)) l'état du système à un instant t_{i-1} (resp. t_i). Alors l'ensemble des états (p_i, v_i) atteignable par (p_{i-1}, v_{i-1}) en un temps dt est restreint par les contraintes mécaniques du système :

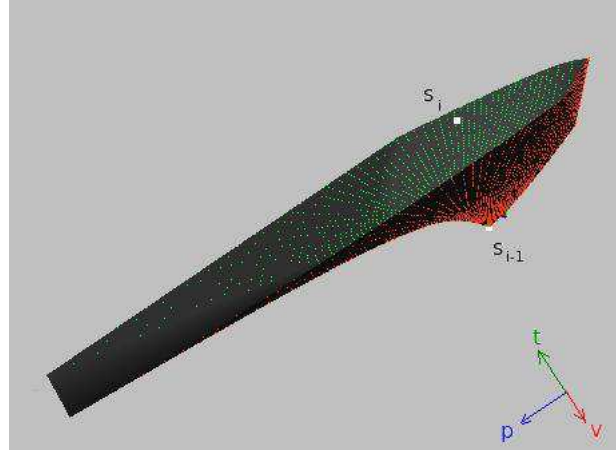


FIG. 4.1 – Cone d'atteignabilité

$$\begin{cases} v_{min} \leq \dot{p} \leq v_{max} \\ a_{min} \leq \ddot{p} \leq a_{max} \end{cases} \quad (4.16)$$

Nous cherchons alors à définir l'ensemble des triplets (p_i, v_i, t_i) atteignables par $(p_{i-1}, v_{i-1}, t_{i-1})$ ie. l' espace d'atteignabilité $R_{[t_{i-1}, t_{i+1}]}(s_{i-1})$ (fig 4.1).

Pour ce faire, nous commençons par calculer pour un temps $t_i = t_{i-1} + dt$ l'ensemble des positions et vitesses atteignables par le système.

Ce problème peut être résolu en deux étapes :

- Calcul des positions minimale p_i^{min} et maximale p_i^{max} atteignables au temps t_i .
- Pour chaque couple (t_i, p_i) , où t_i est fixé et $p_i \in [p_i^{min}; p_i^{max}]$, on calcule les vitesses v_i^{min} et v_i^{max} correspondantes.

Calcul des positions limites

Pour t_{i-1} et $t_i = t_{i-1} + dt$ fixés, on peut définir $p_i^{min}(t)$ et $p_i^{max}(t)$ par les formules suivantes :

$$p_i^{min}(t) = \begin{cases} p_{i-1} + v_{i-1}.dt + \frac{1}{2}a_{min}.dt^2 & \text{si } dt \leq \frac{v_{min}-v_{i-1}}{a_{min}} \\ p_{i-1} + v_{i-1}.\frac{v_{min}-v_{i-1}}{a_{min}} + \frac{1}{2}a_{min}.\left(\frac{v_{min}-v_{i-1}}{a_{min}}\right)^2 + v_{min}\left(dt - \frac{v_{min}-v_{i-1}}{a_{min}}\right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.17)$$

$$p_i^{max}(t) = \begin{cases} p_{i-1} + v_{i-1} \cdot dt + \frac{1}{2} a_{max} \cdot dt^2 & \text{si } dt \leq \frac{v_{max} - v_{i-1}}{a_{max}} \\ p_{i-1} + v_{i-1} \cdot \frac{v_{max} - v_{i-1}}{a_{max}} + \frac{1}{2} a_{max} \cdot \left(\frac{v_{max} - v_{i-1}}{a_{max}} \right)^2 + v_{max} \left(dt - \frac{v_{max} - v_{i-1}}{a_{max}} \right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.18)$$

Calcul des vitesses limites

Une fois l'intervale de positions atteignables calculé, il est possible de déterminer $v_i^{min}(p, t)$ et $v_i^{max}(p, t)$ pour t_i et $p_i(t)$ fixés. Nous présentons ici le calcul de $v_i^{max}(p, t)$, celui de $v_i^{min}(p, t)$ peut être de la même manière déduit par symétrie.

Le profil de la vitesse $v(t)$ peut se comporter de trois manières distinctes (fig 4.2) :

- La vitesse maximale peut être atteinte à partir de la vitesse initiale (fig 4.2(a)).
Pour pouvoir atteindre la vitesse maximale, les états s_{i-1} et s_i doivent remplir deux conditions :
 - D'une part, la variation de temps entre les deux états doit être suffisante pour que le système ait le temps d'atteindre la vitesse maximale. Cette condition est remplie si

$$t_i - t_{i-1} > \frac{v_{max} - v_{i-1}}{a_{max}} \quad (4.19)$$

- D'autre part, la variation de la position entre les deux états doit être suffisante. Pour calculer cette variation de position minimale, on considère le profil de vitesse composé d'une phase de décroissance de la vitesse avec $\dot{v} = a_{min}$ et d'une phase de croissance de la vitesse avec $\dot{v} = a_{max}$, où la vitesse maximale est atteinte exactement en t_i (fig 4.3).

Le temps intermédiaire t_{int} est défini par :

$$\begin{cases} t_{int} = t_{i-1} + dt_{int} \\ dt_{int} = \frac{a_{max} * dt - v_{max} + v_{i-1}}{a_{max} - a_{min}} \end{cases} \quad (4.20)$$

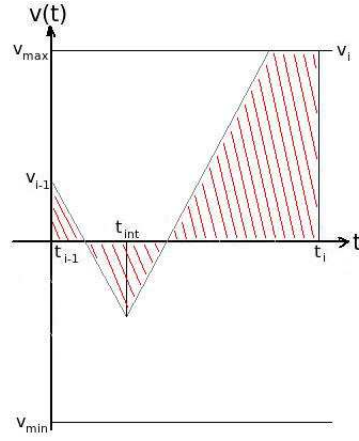
et la vitesse v_{int} atteinte en ce point est :

$$v_{int} = v_{i-1} + a_{min} * dt_{int} \quad (4.21)$$

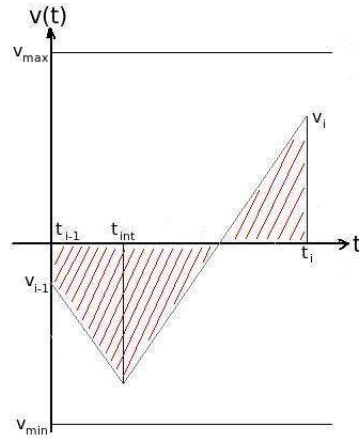
Disposant de ces informations, on peut alors trouver que la vitesse maximale peut être atteinte si :

$$p_i \geq p_{i-1} + v_{int}(t_i - t_{i-1}) + \frac{1}{2} dt_{int}(v_{i-1} - v_{int}) + \frac{1}{2}(v_{max} - v_{int})(dt - dt_{int}) \quad (4.22)$$

(a) Cas où la vitesse maximale peut être atteinte en t_i



(b) Cas général (ni la vitesse maximale ni la vitesse minimale ne sont atteintes entre t_{i-1} et t_i)



(c) Cas où la vitesse minimale est atteinte entre t_{i-1} et t_i

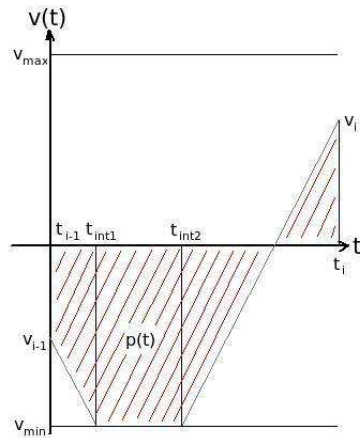
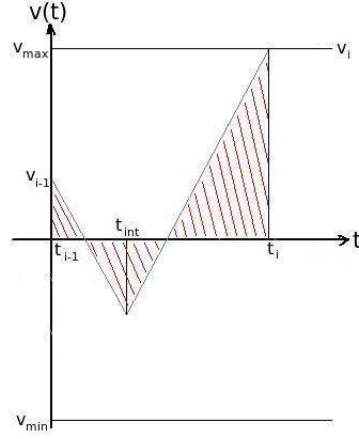


FIG. 4.2 – Différents profils de la vitesse $v(t)$ pour le calcul de $v_i^{max}(p, t)$


 FIG. 4.3 – Cas où la vitesse maximale est atteinte exactement en $t = t_i$

Si ces deux conditions sont réunies, on a alors :

$$v_{i,max}(p, t) = v_{max} \quad (4.23)$$

- La vitesse maximale ne peut être atteinte et $v(t)$ ne peut atteindre la vitesse minimale entre t_{i-1} et t_i (fig 4.2(b)).
Si l'une des deux conditions du cas précédent n'est pas remplie, on se retrouve alors dans un cas plus général composé la plupart du temps de seulement deux phases, l'une décroissante avec $\dot{v} = a_{min}$ et une croissante avec $\dot{v} = a_{max}$ (fig 4.2(b)). Afin de calculer la vitesse maximale, il est alors nécessaire de calculer le temps intermédiaire t_{int} à partir de l'équation du mouvement suivante :

$$p_i = p_{i-1} + \int_{t_{i-1}}^{t_{int}} a_{min} dt^2 + \int_{t_{int}}^{t_i} a_{max} dt^2 \quad (4.24)$$

L'intégration du mouvement nous permet alors de trouver l'équation suivante :

$$a * t_{int}^2 + b * t_{int} + c = 0 \quad (4.25)$$

avec

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2}a_{max} - \frac{1}{2}a_{min} \\ b = a_{min}t_i - a_{max}t_i \\ c = p_{i-1} - p_i + \frac{1}{2}a_{min}t_{i-1}^2 - v_{i-1}t_{i-1} + \frac{1}{2}a_{max}t_i^2 + v_{i-1}t_i - a_{min}t_{i-1}t_i \end{cases} \quad (4.26)$$

Cette dernière équation nous permet alors de déterminer t_{int} :

$$t_{int} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 * a * c}}{2 * a} \quad (4.27)$$

Une fois t_{int} calculé, il est nécessaire de vérifier que la vitesse minimale ne risque pas d'être dépassé. Pour ceci, t_{int} doit remplir la condition suivante :

$$\frac{v_{min} - v_{i-1}}{a_{min}} > t_{int} - t_i \quad (4.28)$$

Si cette condition supplémentaire est respectée, on peut alors définir la vitesse maximale par :

$$v_i^{max}(p, t) = v_{i-1} + a_{min}(t_{int} - t_{i-1}) + a_{max}(t_i - t_{int}) \quad (4.29)$$

Si elle n'est pas respectée, on se retrouve dans le dernier cas présenté ci-dessous.

- La vitesse maximale ne peut être atteinte et $v_p(t)$ atteint la vitesse minimale entre t_{i-1} et t_i (fig 4.2(c)).
On se trouve dans ce cas si aucune des conditions des cas précédents n'est respectée. On a alors

$$v_i^{max}(p, t) = v_{min} + a_{max}(t_i - t_{int2}) \quad (4.30)$$

où t_{int2} est le temps auquel le système entame son accélération finale (fig 4.2(c)). Comme précédemment, t_{int2} est défini par l'intégration de l'équation du mouvement suivante :

$$p_i = p_{i-1} + \int_{t_{i-1}}^{t_{int1}} a_{min} dt^2 + \int_{t_{int1}}^{t_{int2}} v_{min} + \int_{t_{int2}}^{t_i} a_{max} dt^2 \quad (4.31)$$

On obtient alors le résultat suivant :

$$a_2 * t_{int2}^2 + b_2 * t_{int2} + c_2 = 0 \quad (4.32)$$

avec

$$\begin{cases} a_2 = \frac{1}{2}a_{max} \\ b_2 = v_{min} - a_{max}t_i \\ c_2 = p_{i-1} - p_i + \frac{1}{2}\frac{(v_{min}-v_{i-1})^2}{a_{min}} - v_{min} * (t_{i-1} + \frac{v_{min}-v_{i-1}}{a_{min}} + \frac{1}{2}a_{max}t_i^2) \end{cases} \quad (4.33)$$

Ceci nous permet encore une fois de déterminer t_{int2} par :

$$t_{int2} = \frac{-b_2 \pm \sqrt{b_2^2 - 4 * a_2 * c_2}}{2 * a_2} \quad (4.34)$$

Espaces atteignables

Ainsi, pour tout $t \in [t_{i-1}; t_i]$, pour tout $p \in [p_i^{\min}(t); p_i^{\max}(t)]$, on peut calculer $v_i^{\min}(p, t)$ et $v_i^{\max}(p, t)$. On est alors capable de définir l'espace atteignable entre deux temps t_{i-1} et $t_i = t_{i-1} + dt$.

On a donc

$$R_{[t_{i-1}; t_{i+1}]}(s_{i-1}) = \{(p, v, t) | t \in [t_{i-1}; t_i], p \in [p_i^{\min}(t); p_i^{\max}(t)], v \in [v_i^{\min}(p, t); v_i^{\max}(p, t)]\} \quad (4.35)$$

Détermination du nouvel état s'_i

Nous avons montré dans la section précédente comment calculer l'ensemble des états atteignables à partir d'un état s_{i-1} . Nous pouvons donc par symétrie calculer l'ensemble des états pouvant atteindre un état s_{i+1} . En calculant l'intersection de ces deux espaces d'atteignables, on est donc capable de définir l'ensemble des états intermédiaires probables entre s_{i-1} et s_{i+1} . Nous proposons donc de ramener l'état intermédiaire s_i vers le centroïde bar_{s_i} de cette intersection. Pour ce faire, une discrétisation de ces espaces puis le calcul de ce centroïde par coordonnées barycentriques est effectué (fig 4.4).

Une fois ce centroïde calculé, celui-ci permet de déterminer la force interne appliquée sur l'état intermédiaire s_i par l'équation 3.18.

4.3.2 Espaces d'atteignabilité de dimension géométrique 2

A partir du cas en une dimension présenté auparavant, il est possible d'étendre le calcul d'espace d'atteignabilité à des espaces géométriques de dimensions supérieures en calculant les positions/vitesses minimales et maximales pour chacune des différentes dimensions indépendamment.

Notez cependant que ceci ne peut être applicable que pour des systèmes holonomes, les contraintes non holonomes impliquant des dépendances entre les différentes dimensions. Ce cas plus difficile n'est pas traité dans ce rapport mais sera certainement l'un des premiers points abordés dans nos travaux futurs.

4.4 Approximation des espaces d'atteignabilité

4.4.1 Systèmes continus linéaires

Considérons le système linéaire $C = (X, U, f)$ avec

$$\begin{cases} X \subset \mathbb{R}^n, \text{ ensemble des états de départ} \\ U \subset \mathbb{R}^n, \text{ ensemble des contrôles d'entrée} \end{cases}$$

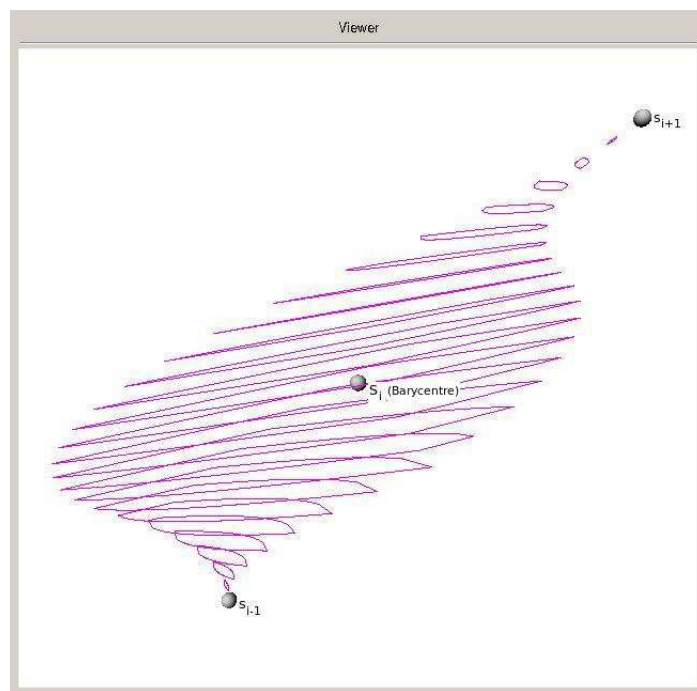


FIG. 4.4 – Centroïde de l'intersection des espaces atteignables par s_{i-1} et pouvant atteindre s_{i+1}

La dynamique de ce système est définie par l'équation linéaire suivante :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (4.36)$$

où $x \in X$ et $u \in U$.

Un calcul des ensembles atteignables $R_{[t_{i-1}, t_{i+1}]}(s_{i-1})$ un peu plus rapide que celui présenté précédemment (cf 4.3.1) a été proposé par T.Dang ([Dan00]). Celui-ci consiste en une sur-approximation (ou sous-approximation, dépendamment du cas requis) de cet ensemble. L'adaptation de sa méthode au contrôle en accélération est présentée ci-dessous.

Notations

- Soit $F \subset S \times T$, un sous-ensemble de l'espace d'état-temps. Nous définissons alors $R_t(F)$ (resp. $R_{[t_i, t_f]}(F)$), l'ensemble des états-temps atteignables au temps t_d (resp. sur l'intervalle de temps $[t_i, t_f]$) par l'ensemble des états-temps de F . Ceux-ci sont donnés par :

$$R_{t_d}(F) = \bigcup_{(s,t) \in F} R_{t_d}(s, t) \quad (4.37)$$

$$R_{[t_i, t_f]}(F) = \bigcup_{(s,t) \in F} R_{[t_i, t_f]}(s, t) \quad (4.38)$$

- Soit $conv : S \times T \rightarrow S \times T$ l'ensemble des états-temps tel que, $F1 = conv(F2)$ définisse l'enveloppe convexe des états-temps de $F2$.

Sur-approximations

Considérons un ensemble d'états-temps de départ $F \subset S \times T$. Le calcul de l'ensemble l'espace atteignable $R_{[t_i, t_f]}(F)$ est alors effectué de la manière suivante :

- Soit $F_c = conv(F)$ l'enveloppe convexe de l'ensemble de départ F . T.Dang a prouvé que pour un ensemble de départ F_c , l'ensemble des états atteignables au temps t , $R_t(F_c)$ est convexe également. Celui-ci est alors calculé par la méthode que nous avons proposée en(4.3.1).
- Le polyèdre $R_{[t_i, t_f]}(F_c)$ défini par l'enveloppe convexe de $F_c \cap R_t(F_c)$ peut définir une première approximation de $R_{[t_i, t_f]}(F)$, cependant cet espace n'est en général ni englobant ni englobé par $R_{[t_i, t_f]}(F)$. On cherche alors un voisinage $N_{[t_i, t_f]}(F_c)$ englobant $R_{[t_i, t_f]}(F)$. Pour cela, on définit $\square(\beta)$ la sphère de centre O et de rayon $\beta \in \mathbb{R}^+$, et $\theta \in \mathbb{R}^+$ tel que

$$N_{[t_i, t_f]}(F_c) = R_{[t_i, t_f]}(F_c) \oplus \square(\theta) \quad (4.39)$$

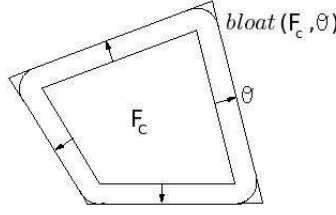


FIG. 4.5 – Représentation du polyhèdre $bloat(F_c, \theta)$ calculé à partir du voisinage $N(F_c, \theta)$

tel que

$$\begin{cases} N_{[t_i, t_f]}(F_c) \text{ englobe } R_{[t_i, t_f]}(F) \\ \oplus \text{ est la somme de Minkowski} \end{cases}$$

La valeur de θ est alors donnée par

$$\theta = \max_{t \in [t_i, t_f]} \left(\left\| s(t) - \frac{t - t_i}{t_f - t_i} (s_f - s_i) \right\| \right) \quad (4.40)$$

- Enfin le dernier problème posé est la topologie de $N_{[t_i, t_f]}(F_c)$. En effet, celui-ci n'est pas un polyhèdre. Afin de retrouver une représentation polyhédrique de la sur-approximation, on définit le polyhèdre $bloat(F_c, \theta)$ défini par T.Dang comme suit :

Soit F_c un polyhèdre convexe tel que $F = \bigcap_{i=0}^{m_{F_c}} \{x \mid x < a_i, x \geq b_i\}$ et soit $\theta \in R$, alors

$$bloat(F_c, \theta) = \bigcap_{i=0}^{m_{F_c}} \{x \mid x < a_i, x \geq b_i + \theta \|a_i\|\} \quad (4.41)$$

Ce polyhèdre (fig 4.5) nous fournit alors la sur-approximation désirée.

Sous-approximations

Des sous-approximations de $R_{[t_i, t_f]}(F)$, peuvent être également calculées à partir des sur-approximations définies précédemment. Connaissant la distance θ définie par l'équation (4.40) on calcule les sous-approximations de $R_{[t_i, t_f]}(F)$ en "rétrécissant" le polyhèdre de sur-approximation de la distance θ .

4.4.2 Systèmes continus non linéaires

D'autres méthodes d'approximation ont été données pour le calcul d'espace atteignables pour des systèmes continus non linéaire. E.Asarin fournit une

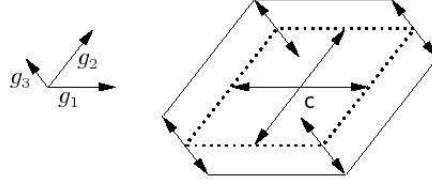


FIG. 4.6 – Exemple de zonotope défini par trois vecteurs générateurs g_1, g_2, g_3 et son centre c

méthode de ce type (cf [ADG03]), consistant à approximer le système non linéaire par un système linéaire par morceaux.

4.4.3 Approximation par zonotopes

Définition et propriétés des zonotopes

Un zonotope (fig 4.6) est une classe particulière de polytope convexe. C'est un ensemble Z défini par son centre c et n vecteurs directeurs $\langle g_1, \dots, g_n \rangle$.

$$Z = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : x = c + \sum_{i=1}^n x_i g_i, -1 \leq x_i \leq 1 \right\} \quad (4.42)$$

On note alors $Z = (c, \langle g_1, \dots, g_n \rangle)$.

Propriétés :

- Les zonotopes sont fermés par transformation linéaire.
Soient L une transformation linéaire et $Z = (c, \langle g_1, \dots, g_n \rangle)$ un zonotope, alors

$$LZ = (Lc, \langle Lg_1, \dots, Lg_n \rangle) \quad (4.43)$$

- Les zonotopes sont fermés par somme de Minkowski.
Soient $Z_1 = (c_1, \langle g_1, \dots, g_p \rangle)$ et $Z_2 = (c_2, \langle h_1, \dots, h_q \rangle)$ deux zonotopes, alors

$$Z_1 \oplus Z_2 = (c_1 + c_2, \langle g_1, \dots, g_p, h_1, \dots, h_q \rangle) \quad (4.44)$$

Approximation de l'espace atteignable

La méthode proposée en (4.4.1) donne une bonne approximation de l'ensemble d'atteignabilité $R_{[t_i, t_f]}(F)$, cependant, elle reste un peu lente à calculer, principalement à cause des sommes de Minkowski. Une méthode a alors été proposée par A.Girard (cf [Gir05]) afin de réduire les temps de calcul de ces ensembles par l'utilisation de zonotopes. Ci dessous est présentée une

adaptation de sa méthode au contrôle en accélération :

Soit $F \subset S \times T$ l'ensemble des états-temps de départ. Celui-ci est soumis aux opérations suivantes dans le but de calculer son ensemble atteignable :

- Représentation de l'espace de départ par un zonotope Z_D . Ceci remplace le calcul de l'enveloppe convexe proposé dans la première approche afin d'effectuer la suite des calculs à partir de celui-ci.
- Calcul de $R_t(Z)$. Une fois cet ensemble calculé, il est également approximé par un zonotope noté Z_R .
- Calcul de $R_{[t_i, t_f]}(F_c)$. Cette étape dispose d'un point un peu problématique dû au fait que l'enveloppe convexe de deux zonotopes n'est pas forcément un zonotope. A. Girard propose alors ici une approximation P définie comme suit :

$$P = \left(\frac{c + e^{rA}c}{2}, < \frac{g_1 + e^{rA}g_1}{2}, \dots, \frac{g_p + e^{rA}g_p}{2}, \frac{c - e^{rA}c}{2}, \frac{g_1 - e^{rA}g_1}{2}, \dots, \frac{g_p - e^{rA}g_p}{2} > \right) \quad (4.45)$$

- Enfin, pondération de P par la sphère de centre O et e rayon θ , qui est entre autre un hypercube et par conséquent un zonotope.

Note : Les zonotopes sont effectivement une méthode efficace pour obtenir une surapproximation rapidement de l'espace d'atteignabilité, cependant il est impossible de définir une sous-approximation à parti de ceux-ci.

Chapitre 5

Résultats expérimentaux

La déformation de trajectoire nécessitant une trajectoire prédéfinie sur laquelle appliquer l'algorithme présenté précédemment, un planificateur de chemin et de trajectoire ont été implémentés par nos soins en partie durant ce stage et en partie l'année précédente lors de travaux réalisés sur un planificateur de chemin non holonome. Les méthodes utilisées pour réaliser ceux-ci sont présentées succinctement.

5.1 Planification de chemin

La planification de chemin est effectuée à partir d'une grille d'occupation représentant les obstacles statiques de l'environnement. Pour ce faire, la grille d'occupation est tout d'abord traitée. Un seuillage de celle-ci est tout d'abord effectué afin de diviser l'espace de travail en deux sous espaces : W_{free} et W_{obs} , respectivement les sous espaces libre et occupé de l'espace de travail du système. Un grossissement des obstacles du rayon r_R est ensuite effectué de manière à obtenir la représentation des C-Obstacles ie. des obstacles dans l'espace de configuration du système.

Une fois ces traitements effectués, la planification est effectuée par recherche A-Star sur carte de champs de potentiel de l'environnement comme présenté ci-dessous en 5.1. La longueur du chemin parcouru de l'heuristique de l'algorithme A-Star utilisé est la somme des potentiels des configurations visitées et l'estimation proposée est la distance de la position courante à la position finale pondéré par le potentiel en la position finale.

Champ de potentiels

Le premier exemple de cette méthode a été proposée par Khatib [Kha86] pour le cas d'un bras manipulateur. On considère une décomposition cellulaire de l'espace de configuration de l'environnement et la représentation des obstacles de l'environnement dans cet espace. Supposons un champ de

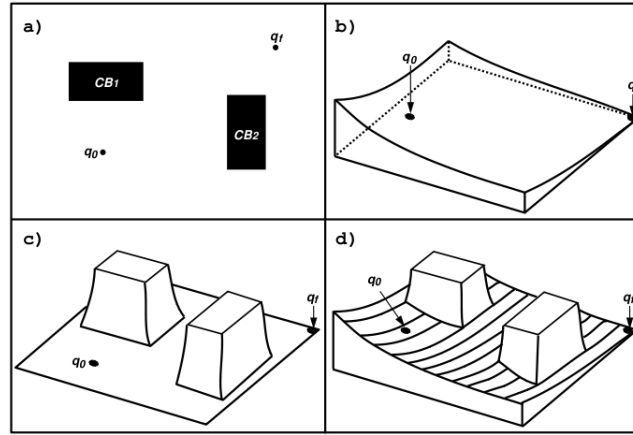


FIG. 5.1 – Champs de potentiels (a.espace de configurations b.champ attracteur c.champ répulsif d.combinaison des deux)

potentiel répulsif associé à chacun de ces C-Obstacles et un champ de potentiel attractif associé à une unique configuration finale donnée (fig 5.1). En considérant la configuration du robot comme une particule chargée placée initialement en la configuration de départ et soumise à ces champs de potentiel, on peut déterminer un chemin jusqu'à la configuration finale par une descente de gradient sur cette carte de champs de potentiels.

Cette méthode dispose de l'avantage de s'écarter des obstacles comme pour une planification sur un diagramme de Voronoï, cependant elle est susceptible d'échouer si la génération des champs de potentiel génère des minima locaux. Il existe plusieurs méthodes pour sortir de ces minima. Barraquand et Latombe ont proposé un algorithme appelé "Randomized Path Planning" consistant à combiner à la descente de gradient un déplacement aléatoire lorsqu'un minimum est atteint. Une autre méthode peut consister à exécuter un algorithme de type A-Star sur la carte de champs de potentiels, permettant ainsi de continuer la recherche tant que la configuration finale n'a pas été atteinte.

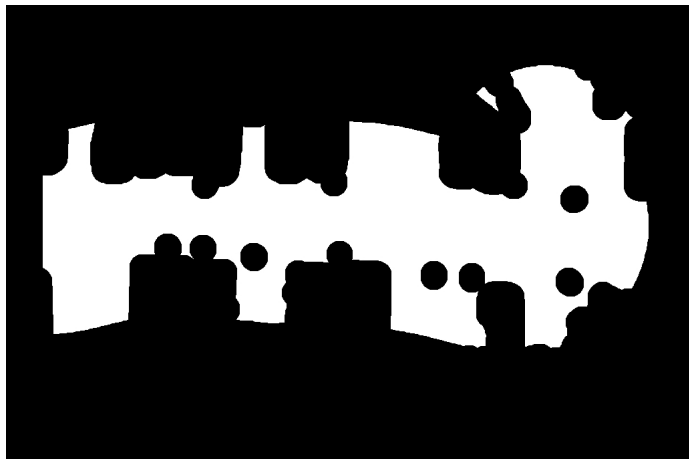
Résultats de la planification

La figure 5.2 représente les différents traitements de la carte d'entrée ainsi que le résultat de la planification de chemin proposée.

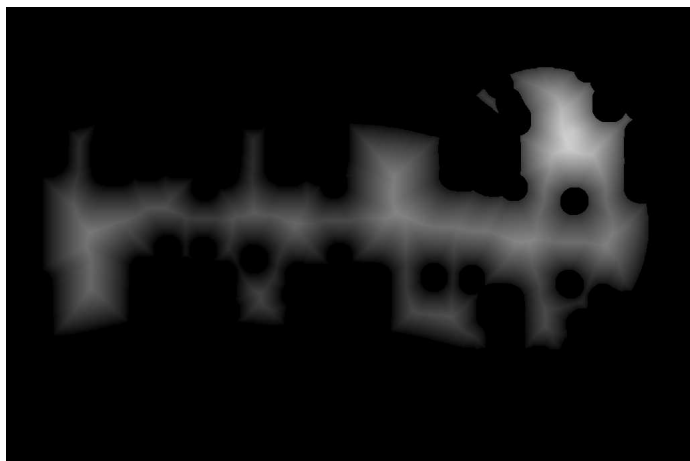
5.2 Planification de trajectoire

La trajectoire est calculée par décomposition chemin-vitesse comme présenté en 2.2.5. Elle est alors décomposée en trois phases :

(a) Seuillage et grossissement des obstacles de la grille d'occupation



(b) Application des champs de potentiels



(c) Chemin obtenu

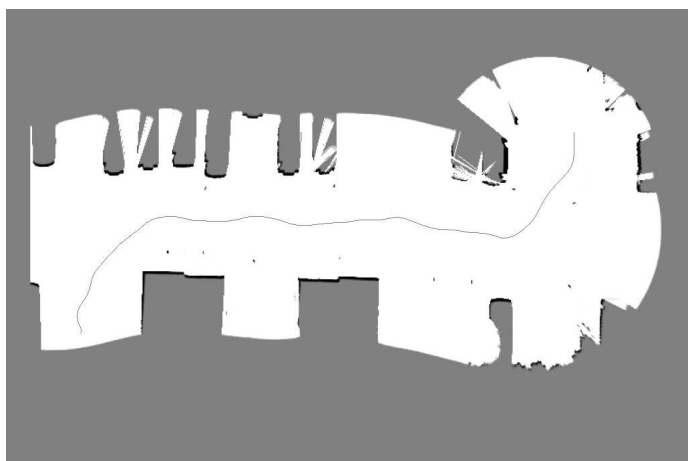


FIG. 5.2 – Traitement de la grille d'occupation et planification de chemin

- Une phase d'accélération à accélération constante $k_{acc} * a_{max}$
- Une phase de maintien de la vitesse à vitesse constante $k_{spd} * v_{max}$
- Une phase de déccélération à accélération constante $k_{acc} * -a_{max}$

avec

$$\begin{cases} a_{max}, \text{ accélération maximale du système} \\ v_{max}, \text{ vitesse maximale du système} \\ 0 < k_{acc} \leq 1, \text{ coefficient d'accélération permettant de garder une marge d'accélération} \\ \text{pour les futures déformations de trajectoire} \\ 0 < k_{spd} \leq 1, \text{ coefficient de vitesse similaire} \end{cases}$$

5.3 Déformation de trajectoire

Les résultats obtenus par notre algorithme de déformation sont présentés sous la forme de différents scénarios mettant en avant les différents avantages de la déformation de trajectoire à partir d'un modèle prévisionnel du futur par rapport à une simple déformation de chemin.

5.3.1 Evolution du modèle prévisionnel de l'environnement

Connaissant à chaque instant le mouvement instantané de chaque obstacle dans l'espace de travail, le modèle prévisionnel utilisé suppose que l'obstacle va conserver sa direction et sans vitesse dans le futur. La connaissance de l'environnement étant renouvelée à chaque instant, le modèle prévisionnel s'adaptera également en considérant à chaque instant le vecteur vitesse courant de chaque obstacle.

5.3.2 1er scénario : Cisaillement du chemin initial

Le premier scénario étudié est le cisaillement du chemin initial. En considérant un chemin initial très simple et un unique obstacle, on étudie les déformations effectuées sur la trajectoire lorsque l'obstacle tente de traverser le chemin initial. Les figures A.1 A.2 A.3 fournies en annexe représentent l'évolution de la trajectoire au cours du temps selon trois point de vue différents. Sur chacune de ces différentes vues, le robot mobile est matérialisé par un disque bleu et les obstacles de l'environnement par des disques verts. La trajectoire que tente de suivre le mobile est représentée par la ligne pointillée rouge.

Le premier point de vue (A.1) nous permet de suivre l'évolution du chemin géométrique de la trajectoire. Comme vous pourrez le constater, la trajectoire de l'obstacle coupe le chemin initial du robot, ce dernier adaptant sa vitesse pour le laisser passer. Vous pourrez également remarquer qu'une déformation géométrique est néanmoins effectuée. Celle-ci tend à garder à chaque instant une distance de sécurité entre le robot et l'obstacle.

Le second point de vue (A.2) représente l'évolution du temps de chaque état temps de la trajectoire. Vous pourrez constater que celui-ci croît fortement sur les états-temps précédant le cisaillement du chemin initial par l'obstacle et croît nettement moins vite sur les états temps lui succédant. Cette déformation temporelle traduit la volonté de ralentir avant le passage de l'obstacle afin de le laisser passer, et la nécessité d'accélérer après cela dans le but de rattraper le temps perdu afin d'assurer la connectivité de la trajectoire.

La dernière série de figure (A.3) représente un point de vue mobile permettant de distinguer plus facilement l'impact du modèle prévisionnel (cylindres rouges) sur la trajectoire. Notez qu'ici, le mouvement de l'obstacle suit parfaitement le modèle prévisionnel, ce qui simplifie bien la tâche. Cependant, ce cas simple est juste présent pour illustrer la possibilité de "laisser passer" un obstacle qui n'était pas possible avec la déformation de chemin.

5.3.3 2nd scénario : Obstruction de l'état-temps final

Le second scénario considéré est le cas où l'état-temps final est occupé par un obstacle de l'environnement. Pour étudier ce cas, nous avons utilisé comme dans le cas précédent une trajectoire initiale très simple et un seul obstacle se déplaçant en ligne droite vers l'état final de la trajectoire du robot. Les figures A.4 A.5 A.6 fournies en annexes représentent comme précédemment l'évolution de la trajectoire au cours du temps selon trois points de vue différents.

L'étude de la déformation du chemin de la trajectoire (A.4) nous montre que dans ce cas une déformation spatiale est effectuée près de l'état-temps final de la trajectoire. La composante spatiale de ce dernier reste bien entendu fixe et les forces internes de la déformation tendent alors à diminuer l'impact de cette déformation spatiale.

La partie vraiment intéressante ici est la déformation temporelle appliquée sur la trajectoire que l'on peut plus facilement observer sur les figures A.5 et A.6. On peut alors remarquer que la composante temporelle de l'état finale est alors incrémentée au cours du temps jusqu'à ce qu'elle atteigne un temps lui laissant une marge temporelle de sécurité par rapport au passage prévu de l'obstacle. La conséquence qui en résulte sur le comportement du mobile est que ce dernier ralentit fortement avant d'atteindre la position finale, laissant ainsi le temps à l'obstacle de passer puis de s'éloigner suffisamment.

5.3.4 3ème scénario : Obstacles multiples disposant d'un comportement aléatoire

Ayant désormais vérifié que notre algorithme permettait bien d'apporter une solution au cisaillement du chemin initial et à l'obstruction de l'état-temps final, nous nous proposons d'étudier un cas plus complexe compor-

tant comportant plusieurs obstacles disposant de mouvements bien moins prévisibles que les précédents afin d'illustrer un cas bien plus proche de la réalité. Disposant désormais d'une direction principale qu'ils tentent de suivre, ils disposent d'une probabilité de changer de direction et de vitesse. Le modèle prévisionnel alors établi au cours du temps n'est plus exact et doit être réajusté à chaque pas de temps.

Ce scénario comporte alors trois obstacles dont deux d'entre eux coupent à plusieurs reprises le chemin de la trajectoire initiale, le troisième ne se contente que de s'approcher de celle-ci. Comme on peut le voir sur les trois figures A.7, A.8 et A.9 fournies en annexe, de nombreuses déformations spatiales et temporelles sont appliquées sur la trajectoire, dans le but de garder une distance de sécurité aux obstacles, de les laisser passer ou encore de les contourner. Malgré le fort changement de comportement des obstacles, on se rend compte néanmoins que le modèle prévisionnel, pourtant bien éloigné du comportement réel des obstacles, permet d'éviter les collisions avec ces derniers et d'atteindre l'état-temps final en toute sécurité.

5.3.5 Performances de l'algorithme de déformation

La complexité de l'algorithme de déformation est linéaire par rapport au nombre d'obstacles présents dans l'environnement ainsi que par rapport à la taille de la séquence d'états-temps composant la trajectoire. Des tests effectués dans un environnement composé d'une vingtaine d'obstacles mobiles et d'une séquence de 350 états-temps ont donné des résultats de 25 à 30 déformations de la trajectoire complète effectuées par seconde. L'algorithme peut alors être considéré comme respectant les contraintes temps-réel.

5.3.6 Limitations de l'algorithme

Nous rappelons ici que les forces totales appliquées sur la trajectoire à chaque instant s'expriment sous la forme d'une somme pondérée de deux forces, interne et externe, la force externe étant elle-même une somme pondérée d'une force spatiale et d'une force temporelle. L'un des principaux défauts de l'algorithme de déformation proposé est alors qu'il est nécessaire de trouver un bon équilibre entre ces trois composantes formant la force totale appliquée sur chaque état-temps de la trajectoire. Une composante interne trop importante risque d'amener le système à entrer en collision avec un obstacle de l'environnement tandis qu'une composante externe trop importante, spatiale ou temporelle risque de rompre la connectivité de la trajectoire.

L'équilibre entre la composante spatiale et la composante temporelle de la force externe est aussi important. Une modification des coefficients qui leur sont associés influera sur le choix du mobile à éviter une collision plutôt par contournement de ce dernier ou alors en adaptant sa vitesse afin de se

dépêcher de s'en écarter ou de le laisser passer.

Le choix de la paramétrisation de ces coefficients est alors très important, cependant sa difficulté vient principalement du fait qu'il tienne d'un problème décisionnel du type de comportement souhaité.

Chapitre 6

Conclusion

6.1 Travail réalisé

Un nouveau schéma de déformation de mouvement a donc été proposé. En augmentant l'espace de travail de la dimension temporelle, nous nous inscrivons dans la lignée des travaux de H.Kurniawati et T.Fraichard [KF06] en proposant une déformation de trajectoire plutôt qu'une simple déformation de chemin. En s'appuyant sur un modèle prédictif du futur de l'environnement, la déformation est effectuée en appliquant un ensemble de forces spatiales et temporelles sur chaque état-temps de la trajectoire d'entrée, les forces temporelles constituant la principale nouveauté de notre approche. Celles-ci sont destinées à fournir une plus grande flexibilité au manoeuvres d'évitement d'obstacle pour un robot mobile, par l'adaptation de la vitesse de celui-ci en fonction de l'évolution de l'environnement.

L'ensemble des forces appliquées sur une trajectoire peut être composée en deux catégories : les forces externes répulsives tendant à s'écarter des obstacles de l'environnement et les forces internes destinées à assurer la connectivité de la trajectoire. Une expression de ces forces pour un système dynamique général a été proposée, puis l'application à une particule multidimensionnelle a été effectuée. Le calcul des forces internes dans l'espace d'états-temps a nécessité entre autre l'étude des espaces d'atteignabilité entre deux états-temps. Une caractérisation de ceux-ci par intégration du système dynamique a alors été proposée pour une particule unidimensionnelle et généralisée au cas multidimensionnel. Enfin une approximation de ces espaces par zonotopes a été donnée dans le but d'accélérer leur calcul lors de la déformation. Les forces internes appliquées sur la trajectoire ont alors été définies à partir de ces espaces comme un vecteur de l'espace-temps tendant à ramener un état-temps vers le barycentre de l'espace d'atteignabilité défini entre les états-temps qui l'encadrent.

Le calcul des forces externes a, contrairement aux forces internes, été calculé dans l'espace de travail augmenté de la dimension temporelle. Les informations sur l'évolution de l'environnement étant fournies dans cet espace, cette convention proposée initialement par O.Khatib dans son approche de "Elastic Strips" [BK97] permet de calculer simplement les forces externes mêmes pour des systèmes disposant d'espaces de configurations de forte dimension. L'expression des forces externes a été néanmoins plus compliquée à calculer, disposant de la difficulté supplémentaire de devoir définir une métrique entre le temps et l'espace. Afin de résoudre ce problème, une expression des forces externes résultant de la somme d'une composante spatiale et d'une composante temporelle distinctes a été proposée. La composante spatiale est alors définie par le gradient du champ de potentiel généré par les obstacles. La composante temporelle quant à elle tend à adapter la vitesse du mobile dans le but de maximiser l'intervalle de temps de passage en un point entre lui-même et les obstacles.

Une implémentation de l'algorithme de déformation a été effectué. Celle-ci a pu mettre en évidence la possibilité de "laisser passer un obstacle" qui n'était pas faisable par déformation de chemin, celles-ci étant limitées à des homotopies du chemin initial et de garantir la non-collision de l'état-temps d'arrivée qui était également impossible par l'absence de déformation temporelles. Des tests ont été effectués sur des environnements plus complexes afin de généraliser la méthode. Nous avons alors montré que notre schéma de déformation pouvait être efficace dans des environnements comportant des obstacles mobiles multiples disposant de mouvements aléatoires.

6.2 Analyse et perspectives

La base des déformations temporelles étant désormais définie, de nombreuses extensions peuvent être envisageables pour ce modèle. Tout d'abord, la déformation a été effectué pour le moment uniquement en fonction des obstacles dynamiques de l'environnement. Il sera nécessaire par la suite de prendre en compte les obstacles statiques au même titre que ces derniers. Afin de préserver les performances temps-réel de notre algorithme, une solution permettant de prendre en compte simplement ces obstacles serait d'utiliser une carte de champs de potentiel similaire à celle utilisée pour la planification de chemin déterminant ainsi simplement en chaque position de l'environnement la distance à l'obstacle le plus proche.

Le second point intéressant serait de considérer un mobile et des obstacles bien plus génériques que des ceux définis par un simple cercle englobant. Cette simplification permet bien sur d'augmenter considérablement la vitesse de calcul des distances aux obstacles, cependant elle n'est pas toujours réaliste ou bien trop grossière dans le cas de manoeuvres fines à effectuer.

Une idée ici serait de les couvrir par un ensemble de disques à différentes échelles en fonction de la proximité entre le robot et les obstacles.

Un troisième point important sera la prise en compte des contraintes non holonomes du système. Nos travaux ne concernent pour l'instant qu'un système disposant de contraintes holonomes, or la finalité de ces recherches est l'application de cette méthode à un véhicule de type voiture. Une piste à envisager pour ce point serait de calculer similairement aux travaux de M.Khatib [KJCL97] l'ensemble des états atteignables en un intervalle de distance donné par un système disposant de contraintes non holonomes puis de calculer l'intersection de cet espace avec l'espace d'atteignabilité présenté dans nos recherches.

Après ceci, il serait intéressant de porter notre attention sur les états de collision inévitables. En effet, lorsque le modèle du futur de l'environnement ne correspond pas à la réalité, il peut avoir conduit le robot à entrer dans des situations dans lesquelles il ne peut plus éviter une collision. Le but alors serait de pouvoir caractériser ces situations de collision inévitables afin de pouvoir les éviter.

Enfin, l'intégration de tous ces travaux dans une planification à plus grande échelle (voire multirésolution) pourrait finaliser l'approche.

Une fois toutes ces améliorations apportées, il sera envisageable d'essayer de porter nos travaux sur un robot mobile, cependant l'ajout et la mise au point de toutes ces améliorations prendra encore bien du temps.

Annexe A

Séquences d'exécution de l'algorithme de déformation

- A.1 Résultats du scénario n^o1 : Cisaillement
- A.2 Résultats du scénario n^o2 : Obstruction de l'état final
- A.3 Résultats du scénario n^o3 : Obstacles mobiles quelconques

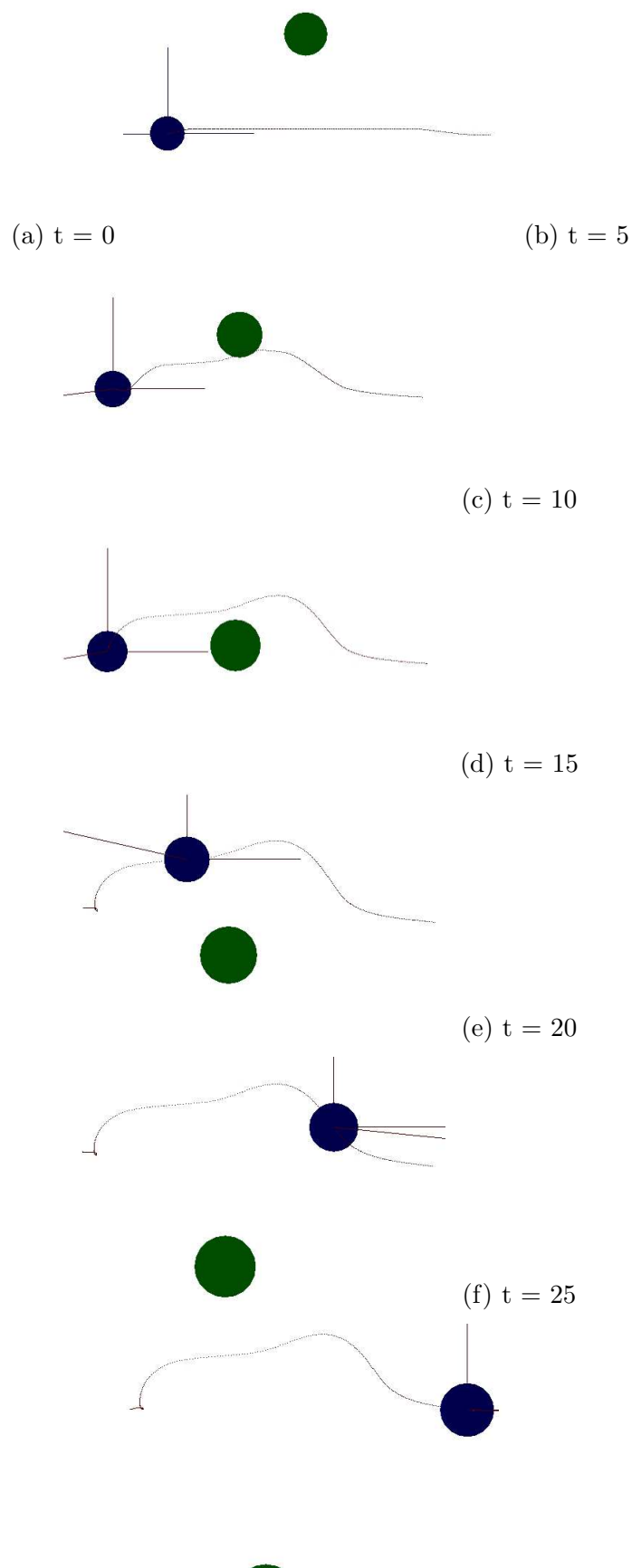


FIG. A.1 – Scénario du cisaillement : Evolution du chemin

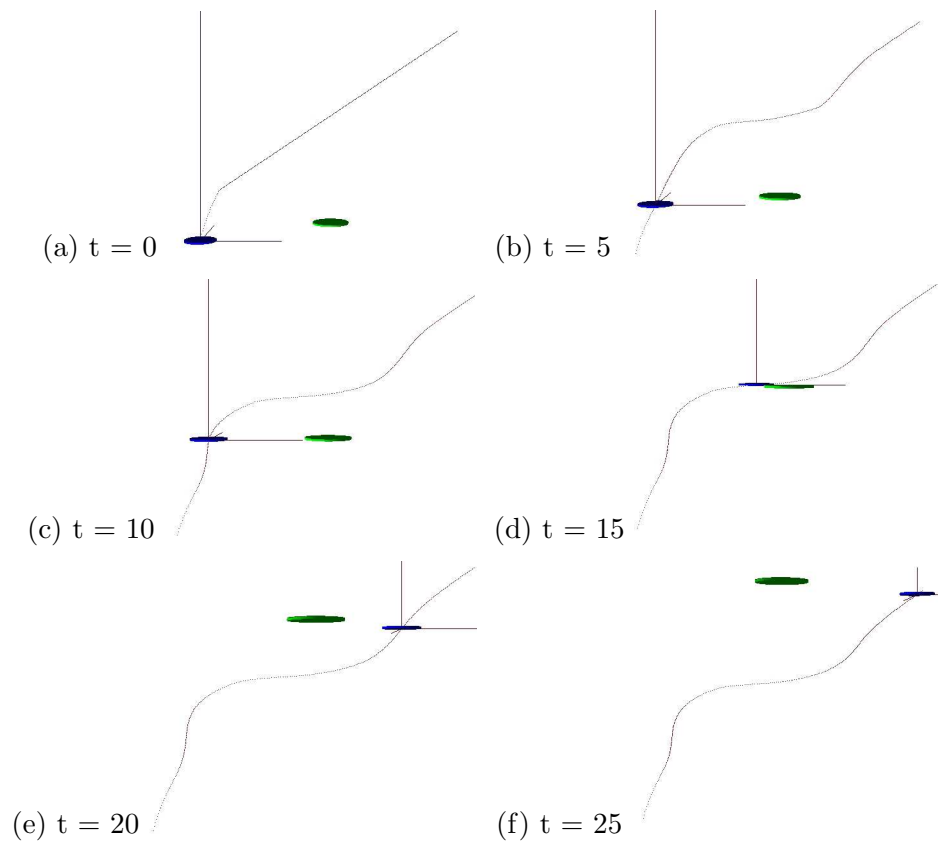


FIG. A.2 – Scénario du cisaillement : Evolution de la composante temporelle de la trajectoire

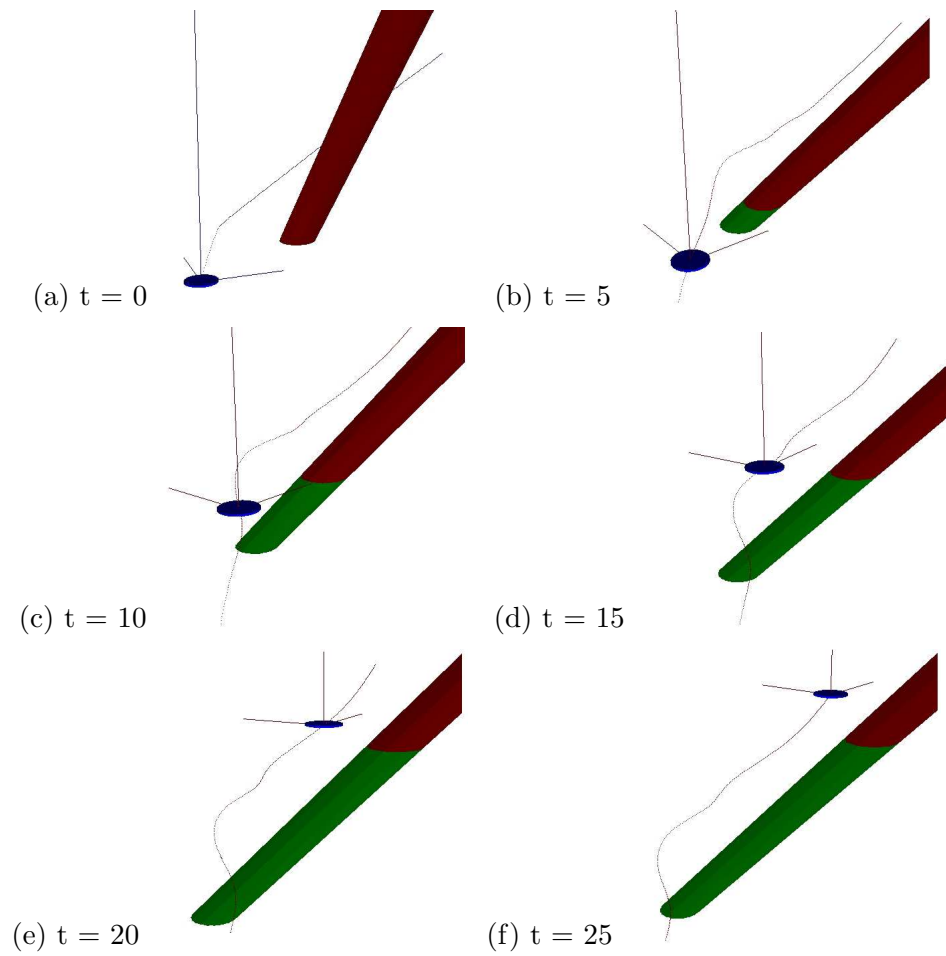


FIG. A.3 – Scénario du cisaillement : Evolution de la trajectoire par rapport au modèle prévisionnel

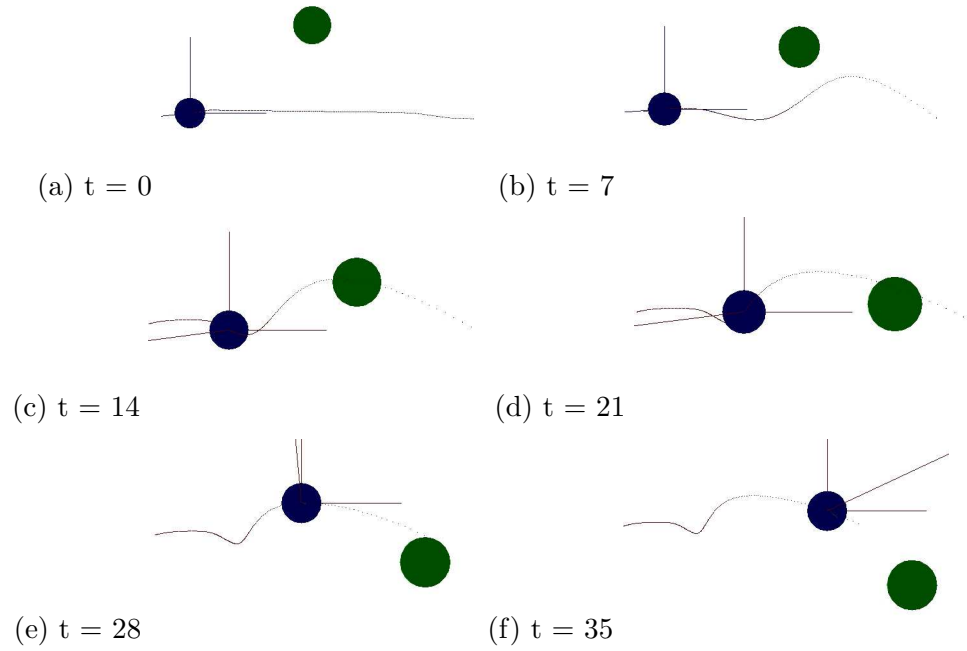


FIG. A.4 – Scénario de l'obstruction de l'état final : Evolution du chemin

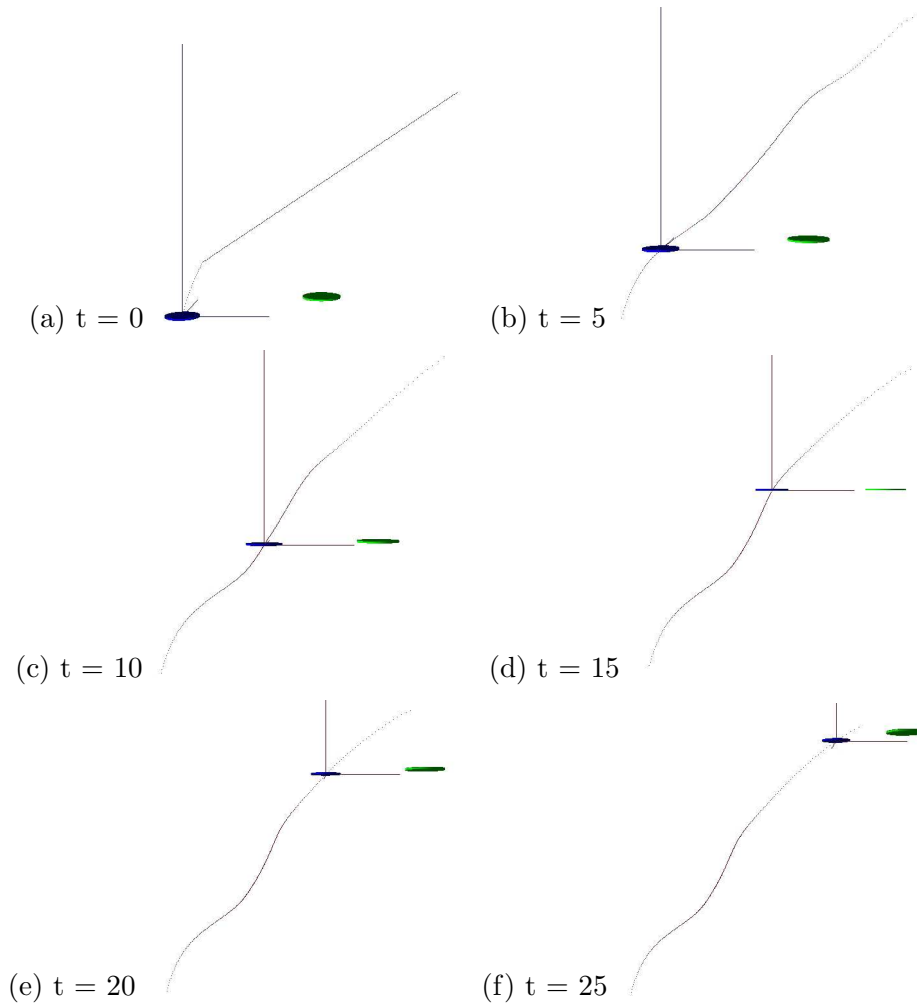


FIG. A.5 – Scénario de l'obstruction de l'état final : Evolution de la composante temporelle de la trajectoire

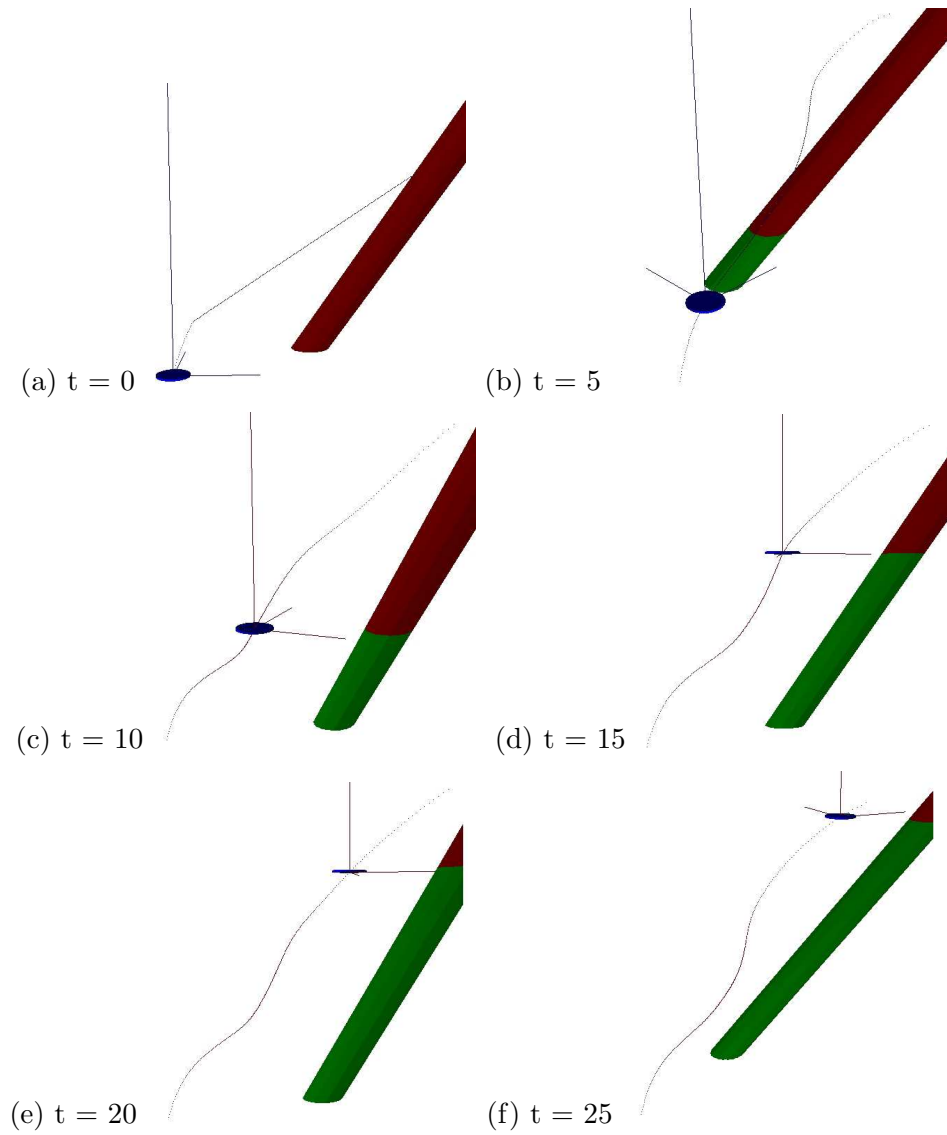


FIG. A.6 – Scénario de l'obstruction de l'état final : Evolution de la trajectoire par rapport au modèle prévisionnel

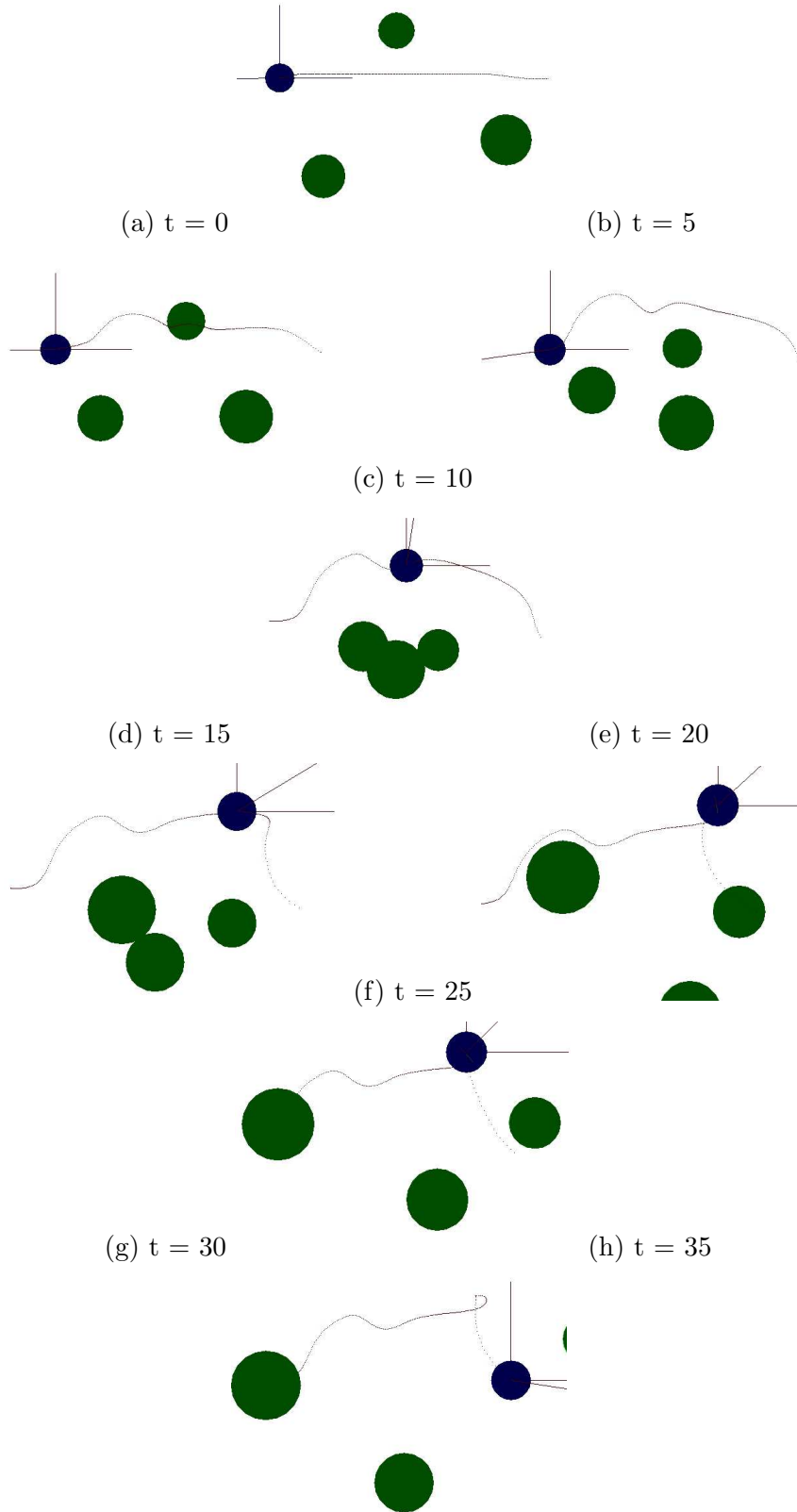


FIG. A.7 – Scénario de déformation autour de plusieurs obstacles mobiles suivant un mouvement quelconque : Evolution du chemin

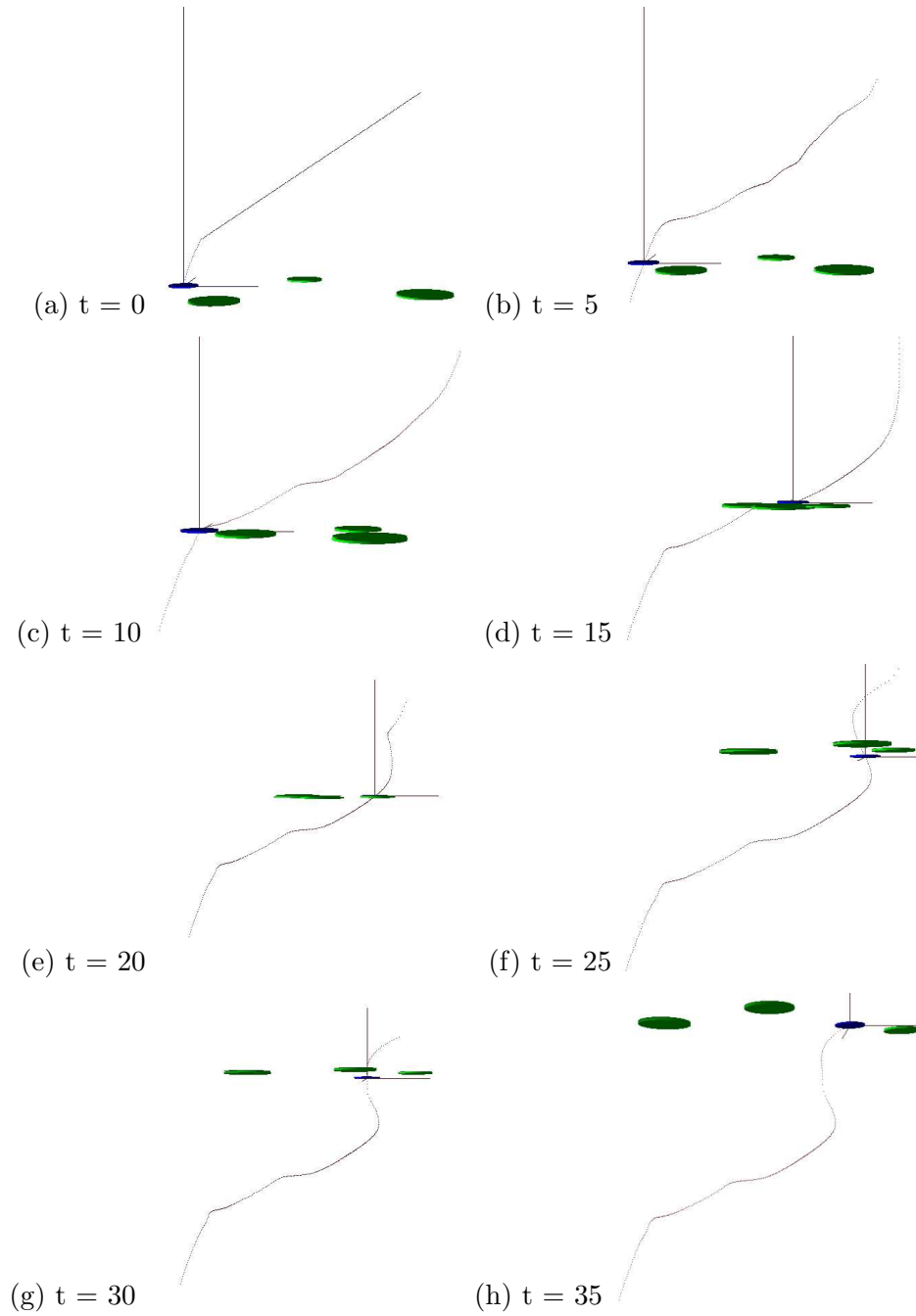


FIG. A.8 – Scénario de déformation autour de plusieurs obstacles mobiles suivant un mouvement quelconque : Evolution de la composante temporelle de la trajectoire

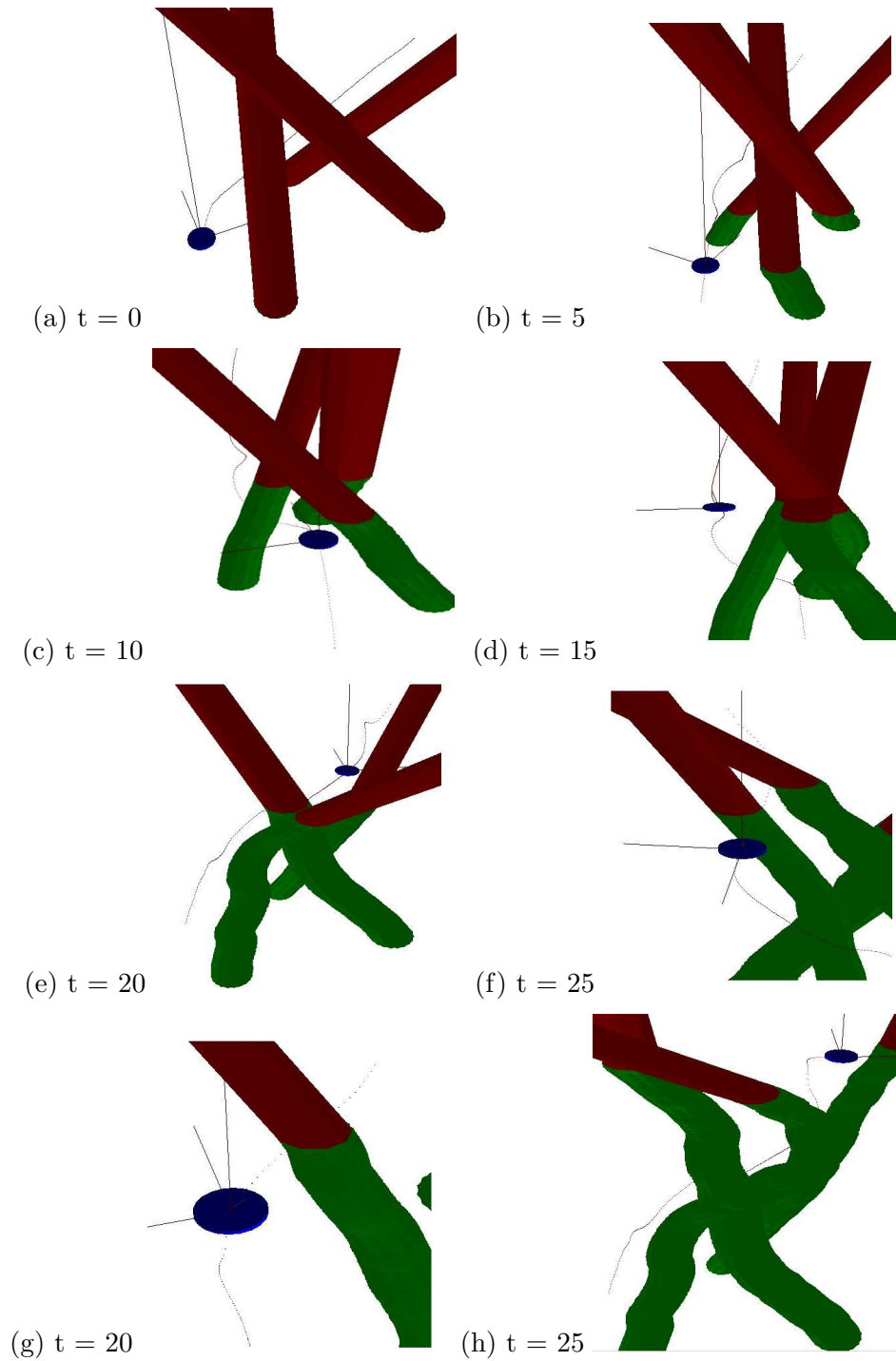


FIG. A.9 – Scénario de déformation autour de plusieurs obstacles mobiles suivant un mouvement quelconque : Evolution de la trajectoire par rapport au modèle prévisionnel

Bibliographie

- [ADG03] Eugène Asarin, Thao Dang, and Antoine Girard. Reachability analysis of nonlinear systems using conservative approximation. *LNCS 2623*, 2003.
- [Ber94] Francois Berard. *Vision par Ordinateur pour la Réalité augmentée : Application au Bureau Numérique*. Thèse de doctorat d'état, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France, 1994.
- [BK97] Oliver Brock and Oussama Khatib. Elastic strips : Real-time path modification for mobile manipulation. In *The Eighth International Symposium of Robotics Research*, Hayama, Japan, 1997.
- [BK99] Oliver Brock and Oussama Khatib. Elastic strips : a framework for integrated planning and execution. Technical report, Robotics Laboratory, Department of Computer Science, Stanford, California, 1999.
- [BK02] Oliver Brock and Oussama Khatib. Elastic strips : A framework for motion generation in human environments. *The International Journal of Robotics Research*, 21(12), 2002.
- [BL03] David Bonnafeous and Florent Lamiroux. Sensor based trajectory following for nonholonomic systems in highly cluttered environment. In *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Las Vegas, Nevada, 2003.
- [Dan00] Thi Xuan Thao Dang. *Vérification et synthèse des systèmes hybrides*. Thèse de doctorat d'état, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France, 2000.
- [Gir05] Antoine Girard. Reachability of uncertain linear systems using zonotopes. *LNCS 3414*, 2005.
- [Jai03] Léonard Jaillet. Planification de mouvement dans des scènes dynamiques. 2003.
- [KF06] Hanna Kurniawati and Thierry Fraichard. From path to trajectory deformation. 2006.

- [Kha86] O Khatib. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots. *Int. J. Rob. Res.*, 5(1) :90–98, 1986.
- [KJCL97] M. Khatib, H. Jaouni, R. Chatila, and J.P. Laumond. Dynamic path modification for car-like nonholonomic mobile robots. In *Proceedings of the 1997 IEEE - International Conference on Robotics and Automation*, Albuquerque, New Mexico, 1997.
- [KZ86] Kamal Kant and Steven W. Zucker. Toward efficient trajectory planning : The path-velocity decomposition. *The International Journal of Robotics Research*, 5(3), 1986.
- [LaV05] S. M. LaValle. *Planning Algorithms*. Cambridge University Press, 2005.
- [LB02] Florent Lamiriaux and David Bonnafous. Reactive trajectory deformation for nonholonomic systems : Application to mobile robots. In *International Conference on Robotics & Automation*, Washington, DC, May 2002.
- [LBL04] Florent Lamiriaux, David Bonnafous, and Olivier Lefebvre. Reactive path deformation for nonholonomic mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics*, 20(6), 2004.
- [PBBU05] F. Precioso, M. Barlaud, T. Blu, and M. Unser. Robust real-time segmentation of images and videos using a smooth-spline snake-based algorithm. *IEEE Transactions on Image Processing*, 14(7), 2005.
- [QK93] Sean Quinlan and Oussama Khatib. Elastic bands : Connecting path planning and control. 1993.
- [vdBO05] Jur P. van den Berg and Mark H. Overmars. Roadmap-based motion planning in dynamic environment. *IEEE Transactions on Robotics*, 21(5), 2005.